



**České vysoké učení technické v Praze
Fakulta stavební**

Studentská vědecká a odborná činnost
Akademický rok 2011/2012

Optimalizace střednice přesypaného mostu

Jméno a příjmení : Patricie Chrásková
Ročník a obor : 4. ročník, Konstrukce a dopravní stavby
Vedoucí práce : Ing. Marek Foglar, Ph.D.
Katedra : Katedra betonových a zděných konstrukcí

Obsah

Abstrakt	3
Abstract	3
1 Úvod	4
2 Statické působení přesýpaných mostů	4
3 Analytické řešení bezmomentové střednice	6
3.1 Bez vlivu tření	6
3.2 Vliv tření	9
3.3 Řešení soustavy diferenciálních rovnic	10
4 Numerická optimalizace	10
4.1 Diskretizace geometrie	10
4.2 Zatížení	12
4.2.1 Vlastní tíha	12
4.2.2 Ostatní zatížení	12
4.2.3 Svislý zemní tlak	13
4.2.4 Boční zemní tlak	13
4.3 Tření	14
4.4 Bezmomentová střednice	15
4.5 Optimalizační program	16
5 Aplikace a posouzení optimalizace	17
6 Závěr	19
Literatura	19
Příloha – zdrojový kód optimalizačního algoritmu	20

Abstrakt

Tato práce se zaměřuje na optimalizaci střednice přesypaných mostních konstrukcí. Je zde odvozeno analytické řešení bezmomentové střednice, které je následně algoritmizováno. V rámci práce byl ve výpočetním prostředí MATLAB vytvořen optimalizační program. Na závěr je optimalizace aplikována na reálný objekt a je posouzena z hlediska eliminace ohybových momentů působících na konstrukci.

Abstract

The objective of this work is to present methods of centre-line optimization of buried arch bridges. Firstly, an analytical solution is derived, followed by a numerical approach. Algorithmization allows creating a MATLAB program to solve the presented problem. In the final part, the optimization is applied on a real structure and its effect is evaluated.

1 Úvod

Výstavba klenbových mostů má velmi dlouhou historii. V dnešní době se s těmito přesypanými obloukovými konstrukcemi často setkáváme v ekologickém stavitelství v podobě tzv. ekoduktů, které umožňují migraci zvířete i přes jinak nepřekonatelné liniové bariéry (např. dálnice). Hojně využití těchto staveb vede ke snaze zefektivnit jejich návrh po stránce statické, což má ve výsledku dopad na celkovou ekonomickou výhodnost a trvanlivost objektu.

Tato práce se zabývá hledáním optimální, tzv. bezmomentové střednice přesypaného obloukového mostu, jejíž tvar odpovídá výslednici definovaného zatížení. Veškeré účinky zatížení se pak přenesou pouze tlakovou normálovou silou a na konstrukci nevznikají ohybové momenty. Takový stav je pro betonové oblouky ideální. Eliminace nepříznivého namáhání umožní návrh subtilnějších a méně vyztužených průřezů.

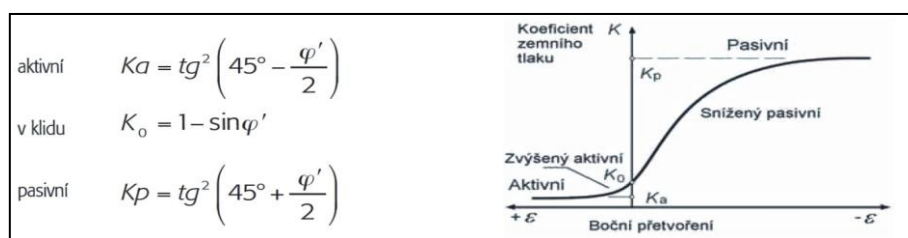
Po stručném popisu problematiky statického působení přesypaných mostů je zde odvozeno analytické vyjádření bezmomentové střednice, které je následně převedeno na numerický problém, pro jehož vyřešení byl v programu MATLAB sepsán optimalizační skript.

2 Statické působení přesypaných mostů

Chování přesypaných mostů závisí na tvaru konstrukce a míře spolupůsobení se zeminou násypu. Z hlediska tvaru lze klasifikovat konstrukce rámové a obloukové; rámy i oblouky mohou být otevřené či uzavřené. Na základě interakce se zeminou se rozlišují konstrukce působící samostatně, kde násyp působí pouze jako zatížení (např. klasické masivní klenby), a konstrukce se zeminou spolupůsobící (např. moderní tenkostěnné prefabrikáty), [1]. V druhém případě dochází vlivem interakce objektu s násypem k příznivé redistribuci sil vedoucí ke snížení účinků na konstrukci. Únosnost těchto objektů je bez správně provedeného zásypu omezená.

Při návrhu obloukového přesypaného mostu spolupůsobícího se zeminou je nutné zohlednit průběh výstavby, kdy dochází k zasypávání konstrukce. Zasypávání a hutnění se provádí po tenkých vrstvách, symetricky z obou stran oblouku. Působící zemní tlak se určí podle ČSN 73 0037 [2]. Jeho velikost a průběh vnitřních sil v konstrukci se mění v závislosti na výšce zásypu. Při zasypávání po úroveň vrcholu klenby se střednice deformuje směrem dovnitř, čímž dochází k expanzi zeminy. Obecně se v této fázi uvažuje působení zvýšeného aktivního tlaku.

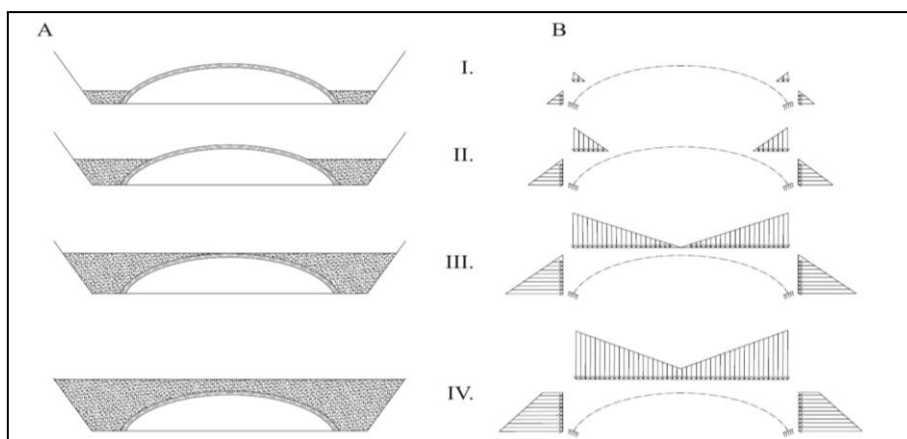
V druhé fázi, kdy se provádí násyp nad vrcholem klenby, mění deformace svůj charakter. Boční část konstrukce je vlivem přitížení vrcholu zatlačována zpět do zeminy, ve které tím pádem dochází ke kompresi. Stlačení zeminy vyvolá snížený pasivní tlak, [3]. Závislost mezi koeficientem bočního tlaku a přetvořením je patrná z Obr. 2.1.



Obr. 2.1 – Koeficient bočního tlaku a jeho závislost na deformaci, [4]

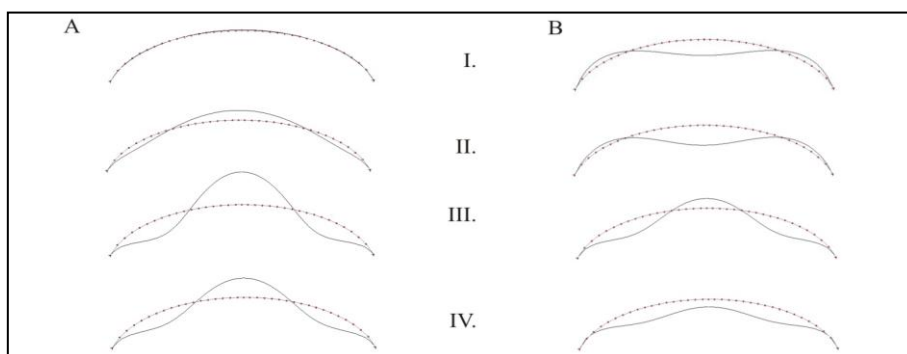
Následující obrázky ukazují proměnnost deformací konstrukce a ohybových momentů v průběhu provádění zásypu. Jejich průběhy jsou vykresleny pro čtyři vybrané fáze znázorněné v první části Obr. 2.2. V jeho druhé části jsou naznačeny zemní tlaky působící na konstrukci v jednotlivých stádiích. Přesypávka v jednotlivých fázích odpovídá následujícím úrovním:

- I. – boční zásyp do výšky jedné třetiny vzepětí oblouku,
- II. – boční zásyp do výšky dvou třetin vzepětí oblouku,
- III. – boční zásyp po vrchol klenby,
- IV. – násyp nad vrcholem klenby (definitivní stav).

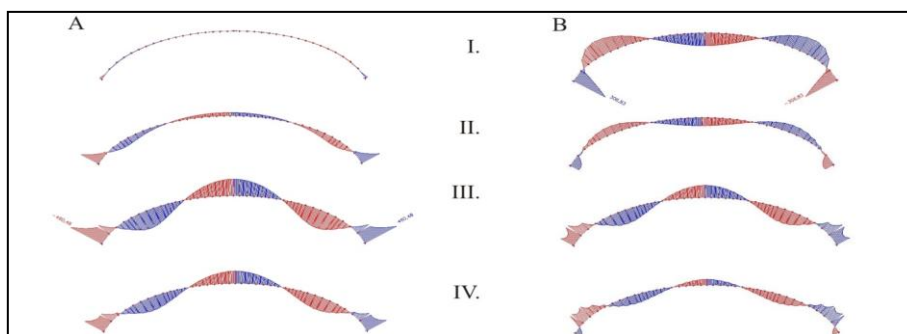


Obr. 2.2 – Fáze zásypu (A) a působící zemní tlaky (B)

Deformace jsou vyneseny na Obr. 2.3, průběh ohybových momentů na Obr. 2.4. V obou případech je v části A příslušného obrázku vykreslen pouze vliv zatížení zeminou, v části B je pak uvažována i vlastní tíha konstrukce.



Obr. 2.3 – Deformace: pouze od zatížení zeminou (A), včetně vlastní tíhy (B)



Obr. 2.4 – Ohybové momenty: pouze od zatížení zeminou (A), včetně vlastní tíhy (B)

Je patrné, že ve stavebních stádiích jsou tažena opačná vlákna než ve stádiu definitivním. Výztuž oblouku je tedy potřeba navrhnout u obou povrchů tak, aby přenesla tahová napětí ve všech fázích provádění a životnosti konstrukce.

Ideální střednice, která je v této práci dále popsána, odpovídá finálnímu stadiu; optimalizace se tedy provádí vůči výslednému zatížení. Problematiku chování konstrukce v průběhu výstavby je nutné řešit samostatně. Ve snaze snížit namáhání objektu lze například provádět zásyp a hutnění za stálého podsukružení, což je ovšem ve většině případů nereálné. Další možností je změna průběhu zasypávání, kdy se v předem určené fázi přitíží vrchol klenby tak, aby došlo k redukci ohybových momentů od bočního tlaku, [5].

3 Analytické řešení bezmomentové střednice

Při hledání optimálního tvaru oblouku se vychází ze skutečnosti, že na konstrukci nepůsobí žádné ohybové momenty, pakliže je normálová síla v každém bodě v rovnováze s působícím zatížením. V takovém případě se tedy veškeré účinky zatížení přenesou pouze osovou tlakovou silou.

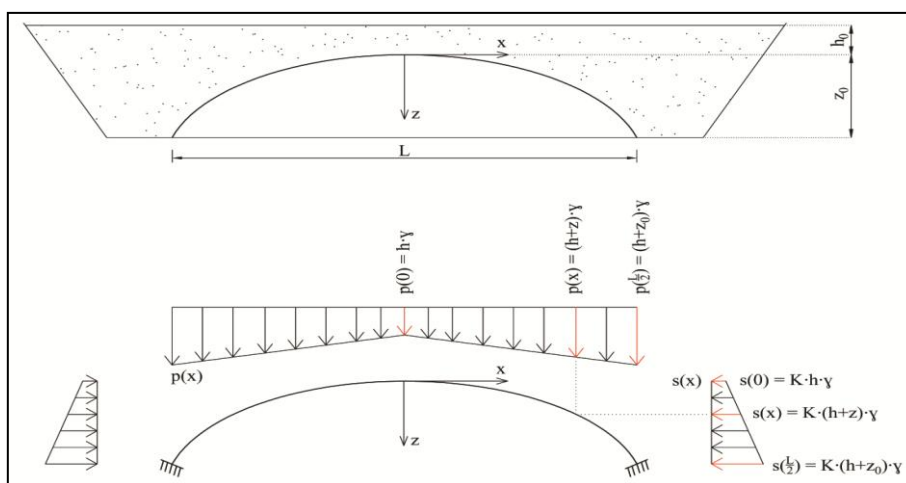
3.1 Bez vlivu tření

V první části je odvozeno analytické řešení bezmomentové střednice pro případ, kdy je zanedbán vliv tření zeminy o konstrukci.

Objekt je charakterizován svým rozpětím L a vzepětím z_0 . Pro zjednodušení se zde uvažuje vodorovný povrch násypu s mocností h_0 nad vrcholem klenby. Globální rovinný souřadný systém je umístěn do vrcholu, svislá osa je orientována dolů, jak je patrné z Obr. 3.1. Libovolný bod konstrukce je popsán dvojicí souřadnic (x, z) . Problém je tedy řešen jako rovinná úloha, kde se veškeré zatížení a vnitřní síly uvažují na běžný metr šířky objektu.

Působící zatížení lze rozdělit na svislé a vodorovné, Obr. 3.1. Hlavní složkou zatížení svislého je zemní tlak $p(x)$ vyvolaný zeminou násypu s objemovou hmotností γ . Tento tlak má dvě části, první odpovídá nadnásypu nad vrcholem oblouku s konstantní mocností h_0 , druhá je v každém bodě dána výškou zásypu z po úroveň vrcholu,

$$p(x) = (h_0 + z) \cdot \gamma. \quad (3.1)$$



Obr. 3.1 – Geometrie a zatížení konstrukce

Vlastní tíhu konstrukce a případné přitížení povrchu (např. vozovkovým souvrstvím) lze zohlednit navýšením hodnoty h_0 na obecnou hodnotu h tak, aby bylo dosaženo odpovídajících účinků zatížení. Touto úpravou se zároveň zachová jednoduchost výsledných rovnic analytického řešení, nevystupuje zde samostatný člen pro každý typ zatížení. Rovnici (3.1) tedy potom lze zapsat ve tvaru

$$p(x) = (h + z) \cdot \gamma. \quad (3.2)$$

Přenosobením svislého zatížení koeficientem bočního tlaku K se získá vodorovné zatížení konstrukce. Jeho hodnota by měla být odvozena pouze ze svislého tlaku od samotné zeminy a přitížení povrchu, bez vlivu vlastní tíhy konstrukce, která zemní boční tlak nemění. Pro zpřehlednění zápisu v tomto modelovém odvození ale bude zachována jednotná symbolika, jak je patrné z Obr. 3.1. Při přesném výpočtu by bylo potřeba důsledně zohlednit všechny vlivy.

Z Obr. 3.2, kde je naznačené rozdělení konstrukce na konečný počet dílků délky Δx , je patrný vztah

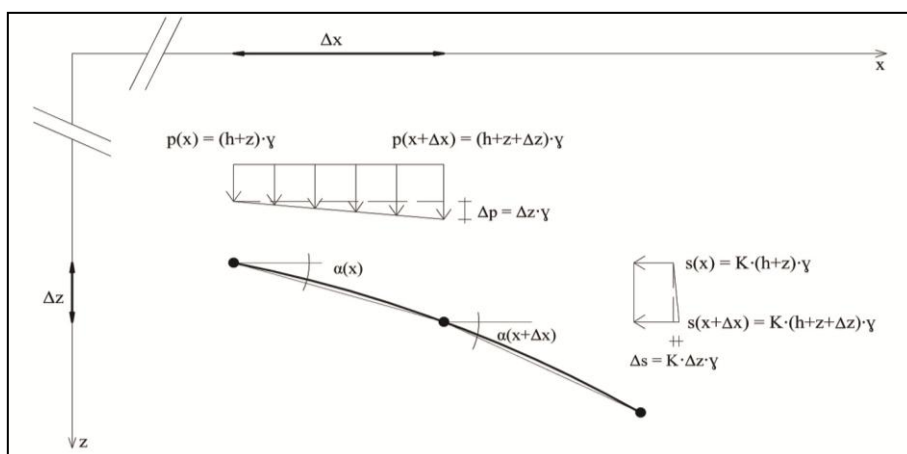
$$\tan \alpha(x) = \frac{\Delta z}{\Delta x}. \quad (3.3)$$

Pro dostatečně malé Δx platí

$$\tan \alpha(x + \Delta x) = \tan \alpha(x) + d \tan \alpha(x, \Delta x), \quad (3.4)$$

kde $d \tan \alpha(x, \Delta x)$ je diferenciál funkce,

$$d \tan \alpha(x, \Delta x) = \frac{d \tan \alpha(x)}{dx} \cdot \Delta x. \quad (3.5)$$



Obr. 3.2 – Konečně rozměrný dílek konstrukce a působící zatížení

Na Obr. 3.2 je dále vidět, že na každém dílku dochází ke změně svislého tlaku o hodnotu Δp , boční tlak se mění o Δs . Nahrazením spojitého zatížení odpovídajícím břemenem lze vliv změny Δp , resp. Δs na výslednou sílu vyjádřit takto:

$$\Delta P = \frac{1}{2} \Delta p \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \Delta z \cdot \gamma \cdot \Delta x, \quad (3.6)$$

$$\Delta S = \frac{1}{2} \Delta s \cdot \Delta z = \frac{1}{2} K \cdot \Delta z^2 \cdot \gamma. \quad (3.7)$$

Po převedení předchozích úvah na případ nekonečně malých dílků přejde konečná hodnota Δx na infinitezimální úsek dx a platí tato tvrzení:

$$\tan \alpha(x) = \frac{dz}{dx}, \quad (3.8)$$

$$d \tan \alpha(x, dx) = \frac{d \tan \alpha(x)}{dx} \cdot dx = \frac{d^2 z}{dx^2} \cdot dx, \quad (3.9)$$

$$\tan \alpha(x + dx) = \tan \alpha(x) + d \tan \alpha(x, dx) = \frac{dz}{dx} + \frac{d^2 z}{dx^2} \cdot dx. \quad (3.10)$$

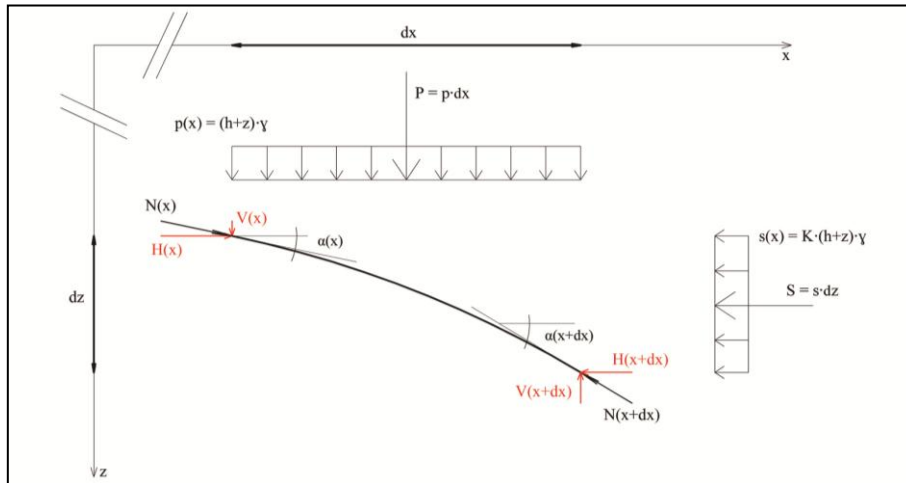
Tímto limitním přechodem se ze sečného úhlu α (Obr. 3.2) dostane úhel tečný (Obr. 3.3).

Změna svislého, resp. vodorovného bočního tlaku o hodnotu dp , resp. ds vyvolá dle vztahů (3.6), resp. (3.7) rozdíl ve výsledné síle o hodnotě

$$dP = \frac{1}{2} dp \cdot dx = \frac{1}{2} dz \cdot \gamma \cdot dx, \quad (3.11)$$

$$dS = \frac{1}{2} ds \cdot dz = \frac{1}{2} K \cdot dz^2 \cdot \gamma. \quad (3.12)$$

Je zřejmé, že násobek dvou nekonečně malých hodnot $dz \cdot dx$, resp. dz^2 lze zanedbat, proto zatížení na infinitezimálním dílku bude dále uvažováno pouze konstantní hodnotou, tak jak je uvedeno na Obr. 3.3.



Obr. 3.3 - Nekonečně rozměrný dílek konstrukce, působící zatížení a vnitřní síly

Jak bylo řečeno v úvodu kapitoly, hledá se takový tvar střednice, kde je působící zatížení (na Obr. 3.3 reprezentováno silami P a S) v rovnováze s osovou vnitřní silou (M). Tuto normálovou sílu lze rozložit do horizontálního a vertikálního směru na síly H a V , pro které platí

$$H(x + dx) = H(x) + \frac{dH(x)}{dx} dx, \quad (3.13)$$

$$V(x) = H(x) \cdot \tan \alpha(x), \quad (3.14)$$

$$V(x + dx) = H(x + dx) \cdot \tan \alpha(x + dx). \quad (3.15)$$

V rovnici (3.13) je přírůstek funkce $H(x)$ vyjádřen jejím diferenciálem.

V tuto chvíli již lze vyjádřit podmínky rovnováhy na elementárním dílku konstrukce. Ve směru osy x musí platit:

$$H(x) - H(x + dx) - S = 0, \quad (3.16)$$

po dosazení vztahu (3.13) a hodnoty S dle Obr. 3.3:

$$\frac{dH(x)}{dx} dx + s \cdot dz = 0, \quad (3.17)$$

$$\frac{dH(x)}{dx} + s \cdot \frac{dz}{dx} = 0, \quad (3.18)$$

$$H' + s \cdot z' = 0. \quad (3.19)$$

Dále musí ve směru osy z platit rovnice

$$V(x) - V(x + dx) + P = 0. \quad (3.20)$$

Jednotlivé členy lze s použitím výrazů (3.8), (3.9) a (3.13) až (3.15) rozepsat:

$$V(x) = H(x) \cdot \frac{dz}{dx}, \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} V(x + dx) &= \left[H(x) + \frac{dH(x)}{dx} dx \right] \cdot \left[\frac{dz}{dx} + \frac{d^2z}{dx^2} dx \right] \\ &= H(x) \frac{dz}{dx} + \frac{dH(x)}{dx} dx \frac{dz}{dx} + H(x) \frac{d^2z}{dx^2} dx + \frac{dH(x)}{dx} dx \frac{d^2z}{dx^2} dx, \end{aligned} \quad (3.22)$$

kde poslední výraz lze vzhledem k ostatním zanedbat. Dosazením zpět do rovnice (3.20) se tedy dospěje k následujícímu výrazu

$$H(x) \frac{d^2z}{dx^2} dx + \frac{dH(x)}{dx} dx \frac{dz}{dx} - p \cdot dx = 0, \quad (3.23)$$

$$H(x) \frac{d^2z}{dx^2} + \frac{dH(x)}{dx} \frac{dz}{dx} - p = 0, \quad (3.24)$$

$$H \cdot z'' + H' \cdot z' - p = 0. \quad (3.25)$$

Vztahy (3.19) a (3.25) tvoří hledanou soustavu rovnic. Dá se v nich ještě vyjádřit zatížení p a s tak, jak bylo definováno v závislosti na z (Obr. 3.1),

$$H' + K \cdot \gamma \cdot z \cdot z' + K \cdot \gamma \cdot h \cdot z' = 0, \quad (3.26)$$

$$H \cdot z'' + H' \cdot z' - \gamma \cdot z = h \cdot \gamma. \quad (3.27)$$

Řešením této soustavy je bezmomentový tvar střednice popsany funkcí $z(x)$ a průběh vodorovné složky normálové síly $H(x)$ v případě zanedbaného vlivu tření.

3.2 Vliv tření

V tomto odstavci se odvozené rovnice doplní o vliv tření zeminy o konstrukci. Třecí síla je pro nekonečně malý dílek (Obr. 3.4) definována rovností

$$T = f \cdot N_t, \quad (3.28)$$

kde f je součinitel tření. N_t je síla působící kolmo na střednici konstrukce, její hodnota se získá vektorovým součtem sil P a S ,

$$N_t = P \cdot \cos \alpha + S \cdot \sin \alpha. \quad (3.29)$$

Třecí sílu T lze opět rozložit na složky působící ve směru souřadných os, síly P a S se rozepíší dle jejich definice (Obr. 3.4),

$$H_t = T \cdot \cos \alpha = f \cdot [p \cdot dx \cdot (\cos \alpha)^2 + s \cdot dz \cdot \sin \alpha \cos \alpha], \quad (3.30)$$

$$V_t = T \cdot \sin \alpha = f \cdot [s \cdot dz \cdot (\sin \alpha)^2 + p \cdot dx \cdot \sin \alpha \cos \alpha], \quad (3.31)$$

kde je potřeba vhodným způsobem vyjádřit goniometrické funkce úhlu α . Za předpokladu malých úhlů by bylo možné uvažovat $\sin \alpha \cong \tan \alpha = \frac{dz}{dx}$ a $\cos \alpha \cong 1$, což by vedlo ke zjednodušenému zápisu předchozích rovnic,

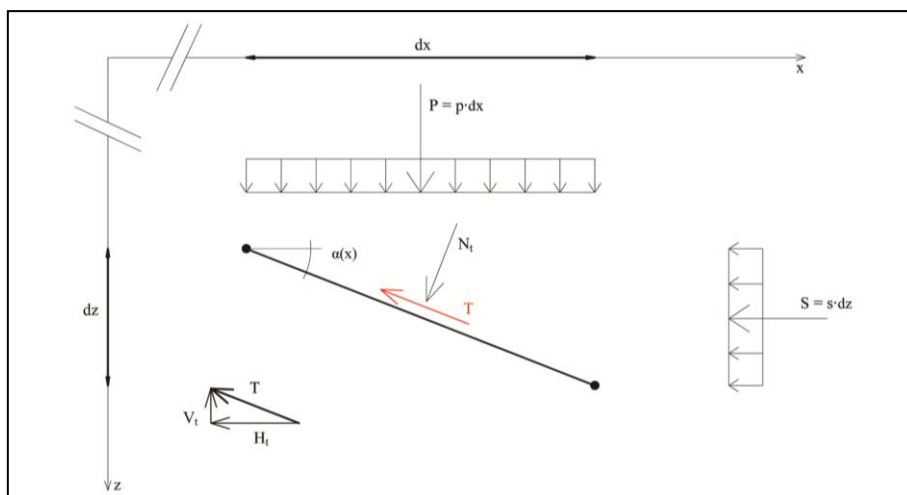
$$H_t = T \cdot \cos \alpha = f \cdot \left[p \cdot dx + s \cdot dz \cdot \frac{dz}{dx} \right], \quad (3.32)$$

$$V_t = T \cdot \sin \alpha = f \cdot \left[s \cdot dz \cdot \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 + p \cdot dx \cdot \frac{dz}{dx} \right]. \quad (3.33)$$

Takto vyjádřené složky třecí síly se doplní do podmínek rovnováhy (3.16) a (3.20) a obdobnými úpravami jako v předchozím případě bez vlivu tření se dospěje k soustavě diferenciálních rovnic

$$\begin{aligned} H' + K \cdot \gamma \cdot (h + z) \cdot z' + f \cdot K \cdot \gamma \cdot (h + z) \cdot (z')^2 + f \cdot \gamma \cdot z \\ = -f \cdot \gamma \cdot h, \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned} H \cdot z'' + H' \cdot z' + f \cdot K \cdot \gamma \cdot (h + z) \cdot (z')^3 - (1 - f) \cdot \gamma \cdot z \\ = (1 - f) \cdot h \cdot \gamma. \end{aligned} \quad (3.35)$$



Obr. 3.4 – Tření na infinitezimálním dílku

Je potřeba zvážít přesnost rovnic (3.34) a (3.35). V oblasti vrcholu klenby se jednotlivé úhly α dají uvažovat jako malé a předchozí předpoklad je splněn. V blízkosti vetknutí ale úhly nabývají výrazně větších hodnot (úhlové změny mezi jednotlivými infinitezimálními dílky jsou stále malé, ale celkový sklon dílku α , se kterým se zde počítá, již nemá zanedbatelnou velikost). Zde by tedy bylo vhodnější vyjádřit goniometrické funkce z poměrů v pravoúhlém trojúhelníku.

3.3 Řešení soustavy diferenciálních rovnic

Analytické vyjádření bezmomentové střednice se získá vyřešením soustavy diferenciálních rovnic (3.26) a (3.27) pro případ se zanedbaným třením, resp. soustavy rovnic (3.34) a (3.35), pakliže je tření uvažováno. Obě uvedené soustavy jsou ovšem v uzavřeném tvaru řešitelné jen pro velmi vhodně zvolené okrajové podmínky se zavedením některých zjednodušujících předpokladů (např. nulové vodorovné zatížení, dle [5]). K řešení bezmomentové střednice je tedy nutné zvolit numerický postup.

4 Numerická optimalizace

Komplexní problém optimalizace střednice přespaného mostu se v předchozí kapitole ukázal jako prakticky neřešitelný analytickým přístupem. Tato část práce se věnuje jeho algoritmizaci, která převádí úlohu na numerický problém.

Součástí kapitoly je popis optimalizačního skriptu vytvořeného v programu MATLAB R2011a (výpis zdrojového kódu je uveden v Příloze).

Úloha je řešená jako rovinný problém, veškeré zatížení i vypočtené síly se uvažují na běžný metr šířky konstrukce.

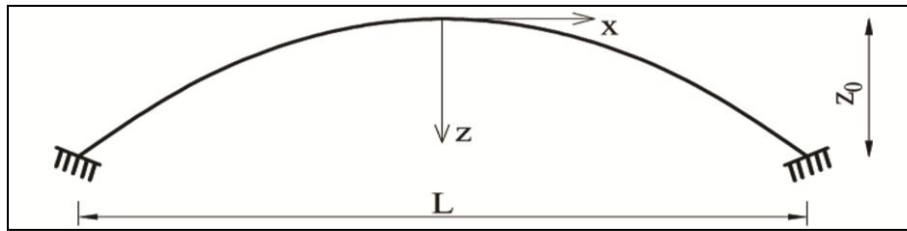
4.1 Diskretizace geometrie

Při hledání ideálního tvaru střednice přespaného mostu se vychází ze zvolené počáteční geometrie. Je účelné vybrat výchozí tvar popsany jednoduchou funkcí, jako je například parabola druhého stupně s funkčním předpisem

$$z(x) = k \cdot x^2. \quad (4.1)$$

Označí-li se vzepětí paraboly z_0 a rozpětí L , tak jako na Obr. 4.1, pak je střednice objektu definována vztahem

$$z(x) = \frac{4z_0}{L^2} \cdot x^2. \quad (4.2)$$



Obr. 4.1 – Parabola druhého stupně

Spojitou funkci (4.2) je pro účely numerické optimalizace potřeba diskretizovat. Střednice se rozdělí na úseky s konstantním průmětem do osy x , délka kroku je označena Δx . Diskrétní body konstrukce jsou číslovány od nuly ve vrcholu po n ve vetknutí, Obr. 4.2. Jednotlivé body jsou popsány souřadnicí x_i a funkční pořadnicí r_i ,

$$x_i = \Delta x \cdot i, \quad (4.3)$$

$$r_i = \frac{4z_0}{L^2} \cdot x_i^2 = \frac{4z_0}{L^2} \cdot \Delta x^2 \cdot i^2. \quad (4.4)$$

Na obrázku je rovněž znázorněno číslování dílků – i -tý dílek je vymezen body $i-1$ a i . Každý dílek má výšku z_i , která se určí ze vztahu

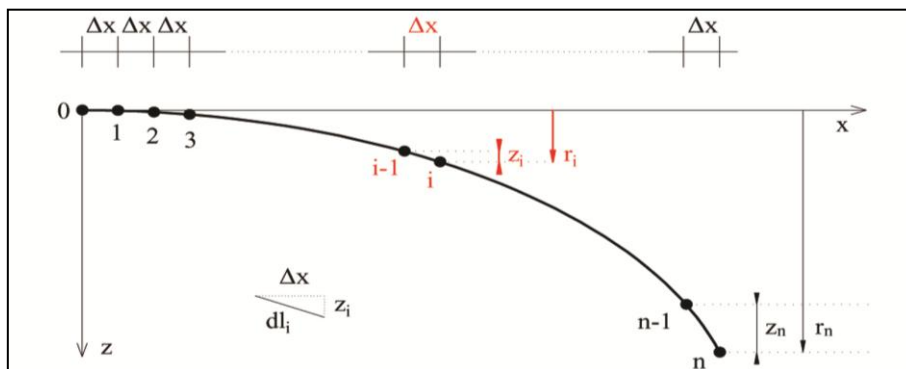
$$z_i = r_i - r_{i-1}. \quad (4.5)$$

Přechod z výchozí geometrie na její nespojitý popis zajistí v optimalizačním programu funkce `geometrie`. Potřebné vstupy jsou vzepětí a rozpětí konstrukce, dále hodnota z_{max} . Ta říká, jaká má být výška posledního dílku z_n . Podle hodnoty z_{max} funkce vypočítá délku kroku Δx , dále určí počet kroků n . Specifikace maximální výšky dílku zajistí, že i v oblasti vetknutí, kde je sklon střednice výraznější než ve vrcholu, budou dílky relativně malé. Tím se zaručí dostatečná přesnost diskretizace.

Definovanou výchozí geometrií algoritmus iteračně upravuje tak, že mění jednotlivé výšky dílků z_i . Délka kroku Δx a základní předepsané geometrické parametry (vzepětí z_0 a rozpětí L) zůstávají zachovány.

U startovací paraboly i v každém dalším iteračním kroku je dále třeba pro účely výpočtu zatížení a tření na dílku určit jeho délku (pomocí funkce `delkadilku`), dl_i , která se dle Obr. 4.2 odvodí pomocí Pythagorovy věty, tedy

$$dl_i = \sqrt{\Delta x^2 + z_i^2}. \quad (4.6)$$



Obr. 4.2 – Diskretizace výchozí geometrie

4.2 Zatížení

Konstrukce je zatížena ve svislém směru vlastní tíhou, zeminou násypu a ostatním stálým zatížením (to může tvořit např. vozovka, je-li na mostě umožněn provoz). Ve vodorovném směru na objekt působí boční zemní tlak.

4.2.1 Vlastní tíha

Pro výpočet vlastní tíhy v každém iteračním kroku je potřeba nejprve určit výšku průřezu na daném dílku. V programu je uvažována konstrukce s lineárně proměnným průběhem výšky průřezu b po délce střednice od hodnoty b_0 ve vrcholu klenby po b_{max} v jejím vetknutí. Funkce `prurez` určí střední hodnotu výšky b na jednotlivých dílcích. Zavádí se zde nová souřadnici ξ , která určuje polohu na konstrukci měřenou po střednici, ne v průmětu do osy (Obr. 4.3). Pro i -tý dílek platí

$$b_i = b_0 + k \cdot \xi, \quad (4.7)$$

$$k = \frac{b_{max} - b_0}{\sum dl}. \quad (4.8)$$

Zatížení vlastní tíhou pak z průměrné hodnoty b_i vypočítá funkce `vlastnitíha`. Výstupem je síla $G_{0,i}$, která se získá jako náhradní břemeno za spojitě zatížení působící na délku dílku, viz Obr. 4.3.

$$g_{0,i} = b_i \cdot \gamma_m, \quad (4.9)$$

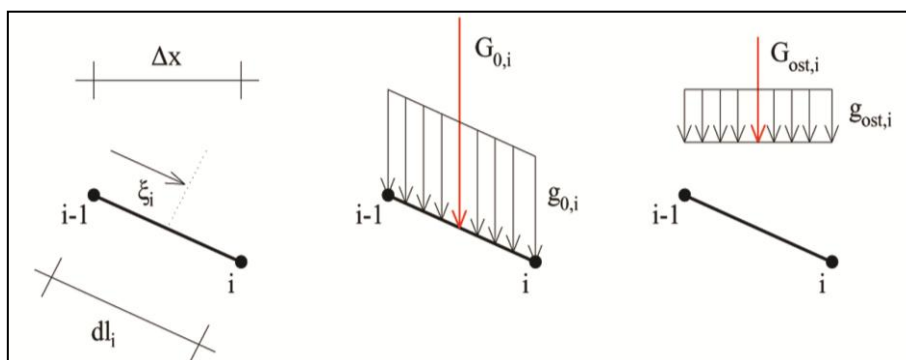
$$G_{0,i} = g_{0,i} \cdot dl_i. \quad (4.10)$$

Plošná tíha materiálu konstrukce γ_m se získá přenásobením objemové tíhy uvažovanou šířkou 1 m (řeší se rovinný problém na metr šířky konstrukce).

4.2.2 Ostatní zatížení

Mezi ostatní zatížení se řadí veškeré rovnoměrné přitížení povrchu násypu konstrukce. Jak již bylo uvedeno, může to být např. tíha vozovky. Funkce `ostatnizatizeni` vypočítá svislou sílu $G_{ost,i}$ ze zadané hodnoty rovnoměrného liniového zatížení g_{ost} (to se opět určí jako násobek plošného zatížení a šířky 1 m). Ostatní zatížení působí na rozdíl od vlastní tíhy na průmět dílku (viz Obr. 4.3), náhradní břemeno se tedy vypočítá jako

$$G_{ost,i} = g_{ost,i} \cdot \Delta x. \quad (4.11)$$



Obr. 4.3 – Vlastní tíha a ostatní zatížení

4.2.3 Svislý zemní tlak

Svislý zemní tlak působící na konstrukci má dvě složky. Za prvé je to zatížení zeminou záspy po vrchol klenby, druhou složku tvoří zatížení zeminou nad úrovní vrcholu. První část je proměnná v každém iteračním kroku podle příslušné geometrie klenby, tlak vyvolaný nadnásypem je ovšem neměnný (poloha vrcholu je konstantní).

Nejprve se tedy pomocí funkce $nasyp$ určí pro každý dílek střední hodnota výšky terénu nad úrovní vrcholu označená h_i . Na Obr. 4.4 je znázorněna situace, kde se předpokládá průběh v daném střechovitém sklonu hs (zadaném v procentech) od známé výšky násypu nad vrcholem klenby h_0 . Střední výška na dílku se tedy spočte ze vztahu

$$h_i = h_0 - \Delta x \cdot \frac{hs}{100} \cdot \frac{2i-1}{2}. \quad (4.12)$$

Celkový svislý zemní tlak je v každém kroku iterace určen pomocí funkce $zemina$. Tato funkce nejdříve vypočítá celkovou výšku sloupce zeminy nad dílkem y_i jako součet výšky nadnásypu h_i a výšky záspy po vrchol podle Obr. 4.4, tedy

$$y_i = h_i + r_i - \frac{1}{2}z_i. \quad (4.13)$$

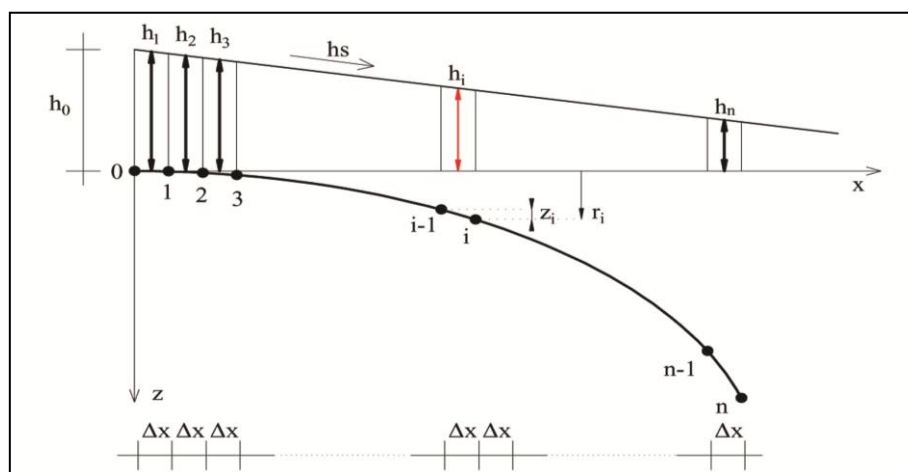
Výstupem této funkce je svislý zemní tlak $g_{n,i}$ a odpovídající osamělá síla $G_{n,i}$,

$$g_{n,i} = \gamma_z \cdot y_i, \quad (4.14)$$

$$G_{n,i} = g_{n,i} \cdot \Delta x, \quad (4.15)$$

kde γ_z je plošná tíha zeminy.

Je vhodné doplnit, že výška nadnásypu není orientována vůči hlavnímu souřadnému systému, namísto souřadnice terénu se uvažuje reálná hodnota výšky. Pakliže je tedy násyp nad úrovní vrcholu, hodnota výšky je kladná (ačkoliv orientovaná souřadnice povrchu by byla v zavedeném globálním souřadném systému záporná).



Obr. 4.4 – Výpočet výšky násypu

4.2.4 Boční zemní tlak

Výpočet bočního zemního tlaku (a vyvozené vodorovné síly na dílek) provede funkce $bocnitlak$. Tento tlak je v průběhu výstavby proměnný od zvýšeného aktivního po snížený pasivní, tak jak byl popsán v druhé kapitole. Zde se ovšem uvažuje působení bočního tlaku v klidu, protože se střednice optimalizuje pro situaci po dosažení rovnovážného stavu. Jeho střední hodnota na dílku se určí na základě celkového svislého tlaku p_i , což je součet střední hodnoty svislého zemního tlaku $g_{n,i}$

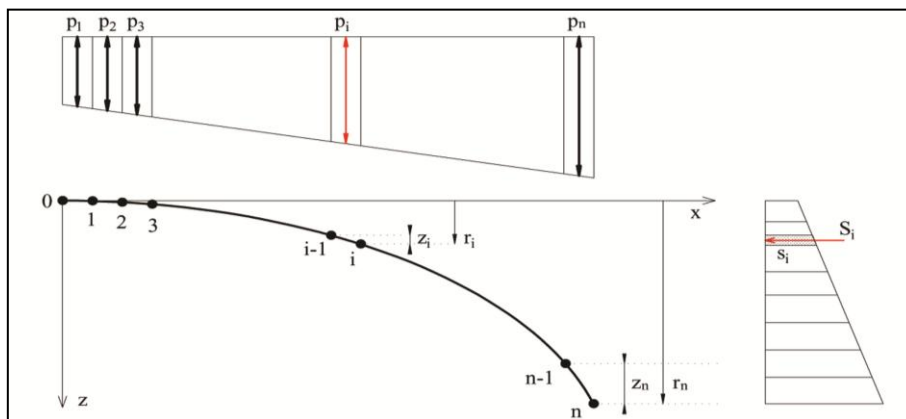
a ostatního zatížení g_{ost} , které působí jako přitížení povrchu. Pro boční tlak pak tedy platí

$$s_i = K_0 \cdot p_i = K_0 \cdot (g_{n,i} + g_{ost}), \quad (4.16)$$

kde K_0 je koeficient bočního tlaku v klidu určený dle Terzaghiho s obecnou platností pro všechny druhy zemín [2],

$$K_0 = \frac{\nu}{1-\nu}, \quad (4.17)$$

kde ν je Poissonovo číslo zeminy násypu.



Obr. 4.5 – Boční zemní tlak

Odpovídající vodorovná síla, kterou boční tlak zeminy na dílek vyvozuje, se vypočte podle Obr. 4.5 jako náhradní břemeno spojitého zatížení působícího na výšku dílku,

$$S_i = s_i \cdot z_i. \quad (4.18)$$

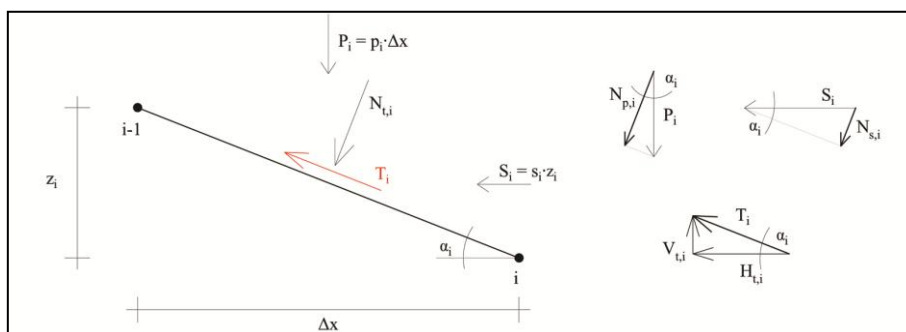
4.3 Tření

Třecí síla na dílku se pomocí funkce $treni$ určí ze základního vztahu

$$T = f \cdot N_t, \quad (4.19)$$

kde f je součinitel tření a N_t je síla působící ve směru normály oblouku v daném bodě, tedy kolmo na uvažovaný elementární dílek. Její hodnota se určí jako součet příslušných složek sil od svislého a bočního tlaku,

$$N_t = N_{p,i} + N_{s,i} = P_i \cdot \cos \alpha_i + S_i \cdot \sin \alpha_i. \quad (4.20)$$



Obr. 4.6 – Tření a rozklad sil

Vektorový rozklad sil je patrný z Obr. 4.6. Vertikální ($V_{t,i}$) a horizontální ($H_{t,i}$) složku tření lze tedy rozepsat jako

$$V_{t,i} = T_i \cdot \sin \alpha_i = f \cdot (P_i \cdot \cos \alpha_i \cdot \sin \alpha_i + S_i \cdot \sin \alpha_i \cdot \sin \alpha_i), \quad (4.21)$$

$$H_{t,i} = T_i \cdot \cos \alpha_i = f \cdot (P_i \cdot \cos \alpha_i \cdot \cos \alpha_i + S_i \cdot \sin \alpha_i \cdot \cos \alpha_i). \quad (4.22)$$

Goniometrické funkce úhlu α_i vycházejí z geometrických vztahů definovaných na Obr. 4.2,

$$\sin \alpha_i = \frac{z_i}{dl_i}, \quad (4.23)$$

$$\cos \alpha_i = \frac{\Delta x}{dl_i}. \quad (4.24)$$

4.4 Bezmomentová střednice

Cílem optimalizačního algoritmu je nalézt takový tvar střednice, na kterém od definovaného zatížení nevznikají ohybové momenty. Bezmomentový stav nastává, pakliže je dosaženo rovnováhy mezi normálovou silou a působícím zatížením.

Obr. 4.7 rekapituluje všechny působící síly a zavádí vnitřní normálovou sílu N , kterou lze rozložit na složky ve směru souřadných os. Z podmínky rovnováhy musí tedy ve svislém směru platit

$$V_{i-1} + G_{0,i} + G_{ost,i} + G_{n,i} - V_{t,i} - V_i = 0, \quad (4.25)$$

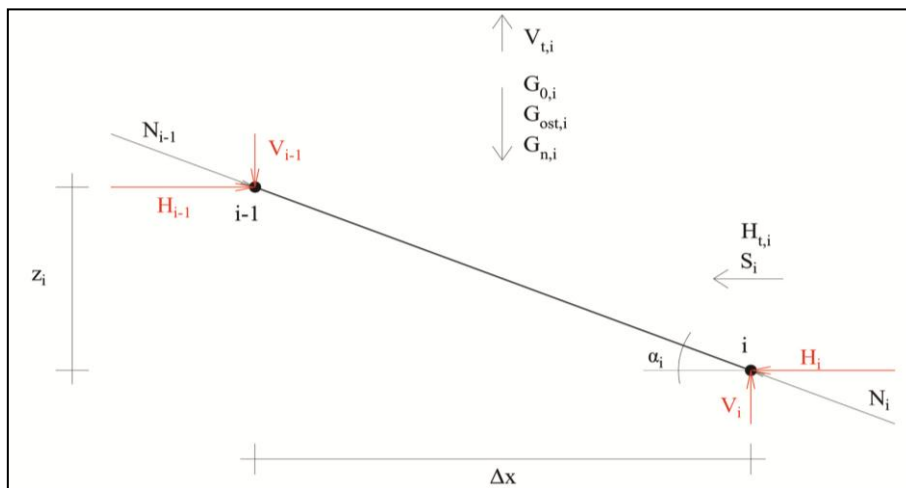
$$V_i = V_{i-1} + G_{0,i} + G_{ost,i} + G_{n,i} - V_{t,i}. \quad (4.26)$$

Obdobně musí být splněna i rovnováha ve vodorovném směru,

$$H_{i-1} - S_i - H_{t,i} - H_i = 0, \quad (4.27)$$

$$H_i = H_{i-1} - S_i - H_{t,i}. \quad (4.28)$$

V optimalizačním skriptu provede součet všech sil působících na dílek funkce `silv`.



Obr. 4.7 – Silová rovnováha

V bezmomentovém stavu splňují síly definované rovnicemi (4.26) a (4.28) vztah

$$\tan \alpha_i = \frac{V_i}{H_i}. \quad (4.29)$$

V takovém případě totiž vzniká pouze normálová síla N_i . Z geometrie na Obr. 4.7 lze tangentu úhlu α_i definovat jako

$$\tan \alpha_i = \frac{z_i}{\Delta x}. \quad (4.30)$$

Dosažením tohoto vztahu do rovnice (4.29) se získá základní vztah optimalizace tvaru střednice,

$$z_i = \frac{V_i}{H_i} \cdot \Delta x. \quad (4.31)$$

Pro hodnoty vnitřních sil V_i a H_i vypočtené na základě zatížení odvozeného z výchozí geometrie se tedy pomocí tohoto vztahu určí odpovídající výška dílku. Změna z_i ovšem vyvolá změnu zatížení, a tedy změnu vnitřních sil, pro které se opět hledá oprava výšky. Iteračně je tato oprava prováděna až po dosažení shodné výšky dílku (se zvolenou přesností) ve dvou po sobě jdoucích krocích iterace.

Jak je patrné z rovnic (4.26) a (4.28), vnitřní síly v daném bodě i se vždy určí na základě sil v předchozím bodě $i-1$. Pro $i = 1$ je tedy potřeba znát hodnoty těchto sil v bodě 0 . Ve vrcholu je normálová síla rovnoběžná s osou x , působí zde tedy pouze vodorovná složka H_0 ; V_0 je nulová. Vzhledem k předpokladu bezmomentového stavu zde jiná než tato osová vnitřní síla nepůsobí. Síla H_0 se v algoritmu určuje iteračně. Správné hodnoty je dosaženo ve chvíli, kdy jsou splněny předepsané geometrické parametry, tedy rozpětí (které se ovšem vzhledem k pevnému kroku Δx nemění) a vzepětí, dané součtem opravených výšek jednotlivých dílků z_i .

Výpočet opravené výšky dílku z_i , včetně správného určení vrcholové síly H_0 , provádí funkce `oprava`.

4.5 Optimalizační program

V předcházejícím textu byly popsány jednotlivé části algoritmu a odpovídající funkce, zde je uveden celý postup optimalizace.

Pro výpočet ideálního tvaru střednice je nejprve nutné zadat všechny potřebné vstupy (buď přímo do `m-souboru skript`, nebo přes vytvořené grafické rozhraní, viz Obr. 4.8.):

Geometrie:

z_0	vzepětí [m]
L	rozpětí [m]
z_{max}	maximální možná výška dílku [m]
hs	sklon povrchu násypu [%], může být nulový (vodorovný povrch)
h_0	výška násypu nad vrcholem [m]
b_0	výška průřezu ve vrcholu [m]
b_{max}	výška průřezu ve vetknutí [m]

Materiálové charakteristiky:

γ_m	plošná tíha materiálu konstrukce [kN/m ²]
γ_z	plošná tíha zeminy [kN/m ²]
ν	Poissonovo číslo zeminy [-]
f	součinitel tření [-], může být nulový (zanedbává se vliv tření)

Ostatní:

g_{ost}	ostatní rovnoměrné zatížení [kN/m], může být nulové (povrch bez přetížení)
lim	limitní hodnota pro ukončení iterace [m]

Program pracuje ve třech fázích. Ze zadaných parametrů nejprve vytvoří popis výchozí geometrie a určí střední výšku nad násypem nad jednotlivými dílky. Pro každý dílek rovněž spočítá působící sílu od ostatního zatížení.

Druhá fáze je samotný optimalizační cyklus. V každém kroku program určí délky jednotlivých dílků, z toho vypočítá střední výšky průřezu a síly od zatížení vlastní tíhou. Dále vyhodnotí pro příslušnou geometrii síly vyvolané zemním tlakem ve svislém i vodorovném směru a určí složky třecí síly. Na základě zjištěných sil najde příslušnou opravu výšky dílku podle rovnice (4.31), tato opravená hodnota je ve skriptu značená jako z_{opr} . Celý cyklus se opakuje, dokud rozdíl mezi každou i -tou opravenou hodnotou z_{opr} a předchozí hodnotou z na témže dílku i není menší než zadaná mezní hodnota lim (což je dostatečně malé číslo určující přesnost řešení). Druhou omezující podmínkou cyklu je maximální počet opakování, aby v případě chybného zadání, které nevede k vyřešení, nevznikl nekonečný cyklus.

Třetí fáze programu zpracuje výstupy – vykreslí do jednoho grafu původní geometrii (parabolu druhého stupně) a optimalizovanou křivku, do souboru vypíše souřadnice jednotlivých bodů (v milimetrech a v souřadnicovém formátu vhodném pro export např. do programu AutoCAD).

BEZMOMENTOVÁ STŘEDNICE PŘESYPANÉHO MOSTU

<p>Geometrie:</p> <p>Vzepětí <input style="width: 50px;" type="text" value="0"/> m</p> <p>Rozpětí <input style="width: 50px;" type="text" value="0"/> m</p> <p>Maximální možná výška dílu <input style="width: 50px;" type="text" value="0"/> m</p> <p>Sklon povrchu násypu <input style="width: 50px;" type="text" value="0"/> %</p> <p>Výška násypu nad vrcholem <input style="width: 50px;" type="text" value="0"/> m</p> <p>Výška průřezu ve vrcholu <input style="width: 50px;" type="text" value="0"/> m</p> <p>Výška průřezu ve vetknutí <input style="width: 50px;" type="text" value="0"/> m</p>	<p>Materiálové charakteristiky:</p> <p>Plošná tíha materiálu konstrukce <input style="width: 50px;" type="text" value="0"/> kN/m²</p> <p>Plošná tíha zeminy <input style="width: 50px;" type="text" value="0"/> kN/m²</p> <p>Poissonovo číslo zeminy <input style="width: 50px;" type="text" value="0"/> -</p> <p>Součinitel tření <input style="width: 50px;" type="text" value="0"/> -</p> <p>Ostatní:</p> <p>Ostatní rovnoměrné zatížení <input style="width: 50px;" type="text" value="0"/> kN/m</p> <p>Limitní hodnota pro ukončení iterace <input style="width: 50px;" type="text" value="0"/> m</p>
--	--

Pozn.: Desetinná místa je třeba oddělit desetinnou TEČKOU.

© Patricie Chrásková, 2012

Obr. 4.8 – Grafické rozhraní optimalizačního programu

5 Aplikace a posouzení optimalizace

Pro objekt charakterizovaný níže uvedenými parametry je optimalizačním programem určena ideální střednice, jejíž tvar je vykreslen spolu s výchozí parabolou druhého stupně na Obr. 5.1. Konstrukce je následně posouzena pomocí geotechnického softwaru GEO5 v13, modul MKP. K popisu zeminy a interakce mezi zemínou a konstrukcí je vybrán Mohr-Coulombův model. Samotná konstrukce je vytvořena jednodimenzionálními nosíkovými prvky.

Geometrie:

$$z_0 = 8,7 \text{ m}$$

$$L = 42 \text{ m}$$

$$z_{max} = 0,05 \text{ m}$$

$$hs = 0 \text{ %}$$

$$h_0 = 2 \text{ m}$$

$$b_0 = 0,45 \text{ m}$$

$$b_{max} = 2 \text{ m}$$

Materiálové charakteristiky:

$$\gamma_m = 25 \text{ kN/m}^2$$

$$\gamma_z = 18 \text{ kN/m}^2$$

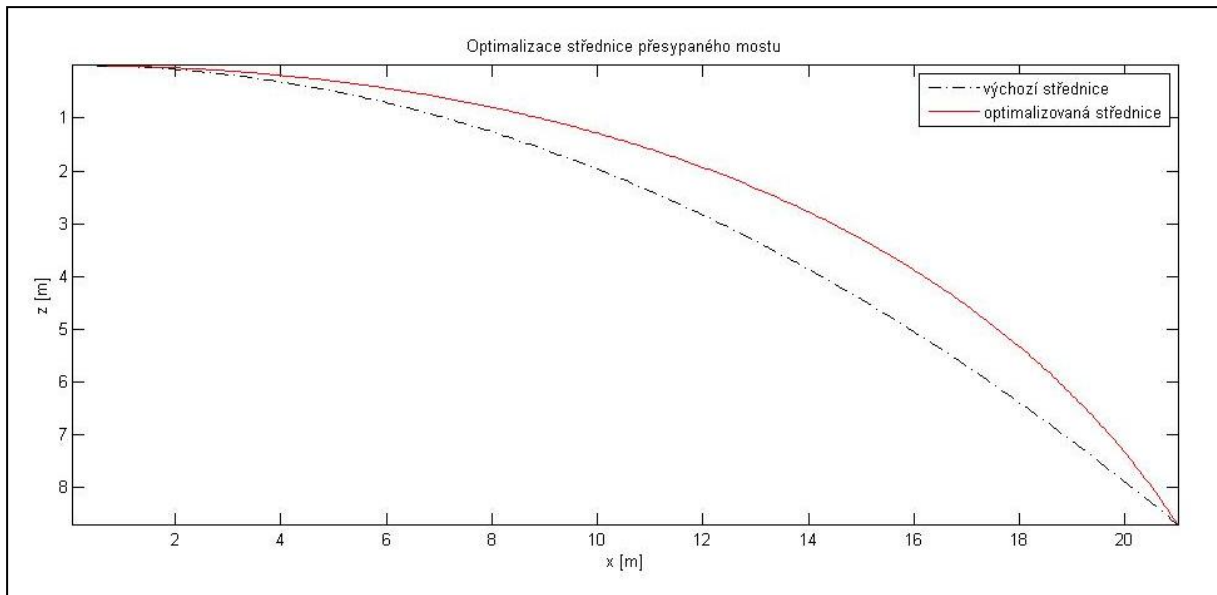
$$\nu = 0,35$$

$$f = 0,3$$

Ostatní:

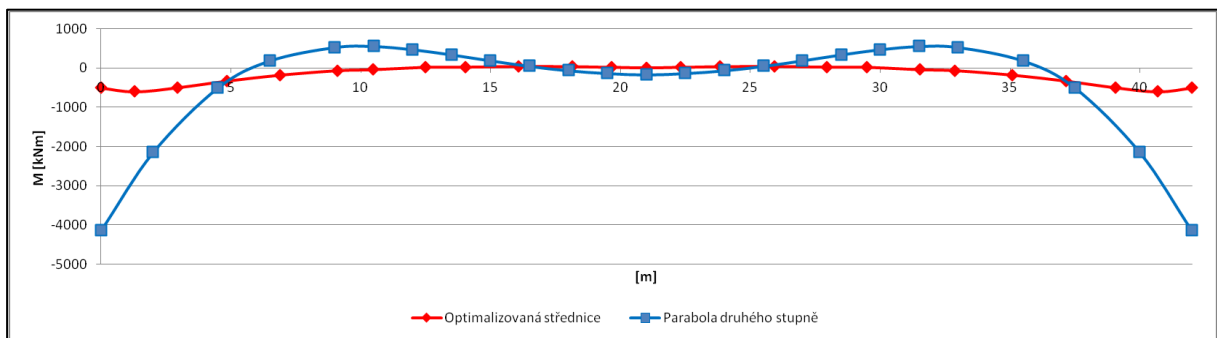
$$g_{ost} = 0$$

$$lim = 0,000\,001 \text{ m}$$

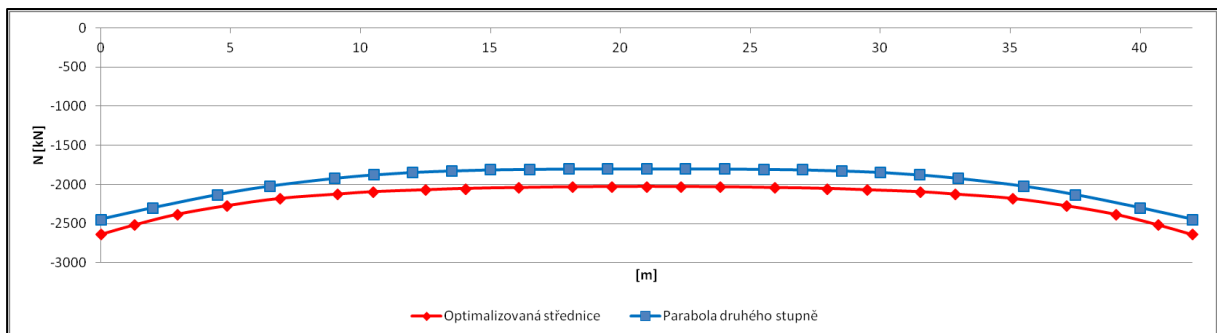


Obr. 5.1 – Optimalizovaná střednice

Na Obr. 5.2 je znázorněn průběh ohybových momentů na konstrukci s původní geometrií (parabola druhého stupně, modře) a na téže konstrukci po provedení optimalizace střednice pomocí vytvořeného programu (červeně). Je patrné, že i přes použití teoreticky ideálního tvaru střednice nedochází k úplné eliminaci ohybových momentů. Jejich redukce je ale oproti původní střednici výrazná. Následující obrázek, Obr. 5.3, dále ukazuje, že na konstrukci vznikají velké tlakové normálové síly. Ty v konstrukci vytvoří dostatečnou tlakovou rezervu, která vyrovná tahové účinky ohybových momentů.



Obr. 5.2 – Průběh ohybových momentů



Obr. 5.3 – Průběh normálových sil

6 Závěr

Tato práce se zabývala hledáním ideální střednice přesypaného mostu. Čistě analytický přístup se ukázal pro praktické využití nevhodný, protože soustava diferenciálních rovnic popisující hledaný tvar střednice není pro reálné podmínky řešitelná. Problém se tedy převedl na numerickou úlohu. Optimalizační algoritmus umožňuje řešení libovolné přesypané konstrukce.

Výchozím tvarem pro hledání bezmomentové střednice je zvolena parabola druhého stupně splňující předepsané požadavky na rozpětí a vzepětí mostu. Program vytvořený v prostředí MATLAB umožňuje výpočet konstrukce s výškou průřezu proměnnou po délce střednice. Niveleta terénu nad mostem se uvažuje v zadaném střechovitém sklonu. Program v této verzi dovoluje výpočet pouze konstrukce symetricky zatížené.

Reálný objekt s ideální střednicí po posouzení nevykazuje úplnou eliminaci ohybových momentů, ale jen jejich výraznou redukci. Tento rozdíl oproti očekávané bezmomentové střednici lze přisoudit složitému charakteru geotechnických vlivů. Důsledný popis skutečného chování zeminového prostředí byl při tvorbě programu zjednodušen použitím Rankinovy teorie. Program GEO5 lépe simuluje namáhání zemními tlaky a interakci zeminy s konstrukcí, výpočet metodou konečných prvků potom vede k přesnějším výsledkům. Posouzení účinnosti optimalizace je tedy vhodné provést komparativně vůči výsledkům na konstrukci s původní geometrií (parabola druhého stupně). Porovnání ukazuje, že po optimalizaci dochází k výraznému omezení ohybových momentů a větší část účinků zatížení je přenesena tlakovou normálovou silou, což v konstrukci vytvoří dostatečnou tlakovou rezervu umožňující vyrovnání tahových napětí od ohybových momentů.

Návrh přesypaného mostu s optimální střednicí tedy zajistí příznivou redukci ohybových momentů na konstrukci. Účinky zatížení jsou přeneseny tlakem, což je pro betonové oblouky ideální režim namáhání umožňující omezit tahovou výztuž v konstrukci. Tato úspora má ekonomický přínos a rovněž zrychluje proces výstavby. Tlakové namáhání objektu navíc nezpůsobuje rozvoj trhlin a případné trhliny vzniklé v průběhu výstavby ve fázích postupného zasypávání se naopak uzavřou, což příznivě ovlivňuje trvanlivost konstrukce.

Literatura

- [1] HRDOUŠEK, Vladislav, KUKAŇ, Vlastimil a ŠAFÁŘ, Roman. Významné mostní konstrukce - II. *Stavební listy*. 2003, roč. 9., č. 11, s. 17-19. ISSN 1211-4790.
- [2] ČSN 73 0037. *Zemní tlak na stavební konstrukce*. Praha: Český normalizační institut, 1990.
- [3] TP 144. *Doporučení pro navrhování, posuzování a sledování betonových mostů PK*. 2. revidované a doplněné vydání. Ministerstvo dopravy, 2010.
- [4] HOUŠŤ, Vladimír a STRÁSKÝ, Jiří. Analýza přesypaných tenkostěnných kleneb. *Beton: Technologie, konstrukce, sanace*. 2009, roč. 9., č. 5, s. 60-65. ISSN 1213-3116.
- [5] FOGLAR, Marek a KŘÍSTEK, Vladimír. Centre-line optimization of buried arch bridges. *Proceedings of the ICE - Bridge Engineering*, 2012 [v tisku]. ISSN: 1478-4637.

Příloha – zdrojový kód optimalizačního algoritmu

Skript:

```
% BEZMOMENTOVÁ STŘEDNICE PŘESYPANÉHO MOSTU

% VSTUPY
% Lze zadat přímo do tohoto souboru nebo načíst z grafického rozhraní:

% Geometrie:
z0 = str2double(get(handles.z0,'String'));
L = str2double(get(handles.L,'String'));
zmax = str2double(get(handles.zmax,'String'));
hs = str2double(get(handles.hs,'String'));
h0 = str2double(get(handles.h0,'String'));
b0 = str2double(get(handles.b0,'String'));
bmax = str2double(get(handles.bmax,'String'));

% Materiálové charakteristiky:
gammaM = str2double(get(handles.gammaM,'String'));
gammaZ = str2double(get(handles.gammaZ,'String'));
nu = str2double(get(handles.nu,'String'));
f = str2double(get(handles.f,'String'));

% Ostatní:
gost = str2double(get(handles.gost,'String'));
lim = str2double(get(handles.lim,'String'));

% VÝPOČET
[deltax, n, r, z] = geometrie(z0, L, zmax);
i = 1:n;
x(i) = deltax*i;
plot(x,r,'k-.');
hold on;

[h] = nasyp(hs, h0, deltax, n);
[Gost] = ostatnizatizeni(gost, deltax, n);

m = 0;
chyba(i)=0;
while sum(chyba) < n & m < 10000
    m = m+1;
    [dl] = delkadilku(z, deltax, n);
    [b] = prurez(b0, bmax, dl, n);
    [G0] = vlastnitiha(b, dl, gammaM, n);
    [gn, Gn] = zemina(h, z, r, gammaZ, deltax, n);
    [p, S] = bocnitlak(gn, gost, nu, z, n);
    [Ht, Vt] = treni(p, S, f, dl, z, deltax, n);
    [Fx, Fz] = sily(G0, Gost, Gn, Vt, S, Ht, n);
    [zopr, H0] = oprava(Fx, Fz, z0, deltax, n);
    for i = 1:n
        if abs(zopr(i)-z(i)) <=lim
            chyba(i) = 1;
        else
            chyba(i) = 0;
        end
    end
    z = zopr;
    r(1) = z(1);
    for i = 2:n
        r(i) = r(i-1)+z(i);
    end
end

i = 1:n;
souradnice(i,2) = 0;
souradnice(i,1) = 1000*x(i);
souradnice(i,2) = -1000*r(i);
dlmwrite('souradnice', souradnice);

plot(x,r,'r');
legend('výchozí střednice', 'optimalizovaná střednice');
```

Jednotlivé funkce:

```
% DISKRETIZACE VÝCHOZÍ GEOMETRIE - parabola 2. stupně
function [deltax, n, r, z] = geometrie(z0, L, zmax)
    a = sqrt((L.^2*(z0-zmax))/(4*z0));
    b = L/2 - a;
    n = round((L/2)/b);
    deltax = (L/2)/n;
    i = 1:n;
    x(i) = deltax*i;
    r(i) = (4*z0/L.^2)*x(i).^2;
    z(1) = r(1);
    i = 2:n;
    z(i) = r(i)-r(i-1);
end

% DISKRETIZACE NADNÁSYPU
function [h] = nasyp(hs, h0, deltax, n)
    i = 1:n;
    c(i) = deltax*(hs/100)*(2*i-1)/2;
    h(i) = h0-c;
end

% OSTATNÍ ROVNOMĚRNÉ ZATÍŽENÍ
function [Gost] = ostatnizatizeni(gost, deltax, n)
    i = 1:n;
    Gost(i) = gost*deltax;
end

% DÉLKA DÍLKU
function [dl] = delkadilku(z, deltax, n)
    for i = 1:n
        a = deltax;
        b = z(i);
        dl(i) = sqrt(a*a+b*b);
    end
end

% VÝŠKA PRŮŘEZU
function [b] = prurez(b0, bmax, dl, n)
    k = (bmax - b0)/sum(dl);
    i = 1:n;
    ksi(i) = 0;
    ksi(1) = dl(1)/2;
    i = 2:n;
    ksi(i) = ksi(i-1) + (dl(i-1)/2) + (dl(i)/2);
    b(i) = b0+k*ksi(i);
end

% VLASTNÍ TÍHA
function [G0] = vlastnitiha(b, dl, gammaM, n)
    for i = 1:n
        G0(i) = b(i)*gammaM*dl(i);
    end
end

% ZATÍŽENÍ ZEMINOU
function [gn, Gn] = zemina(h, z, r, gammaZ, deltax, n)
    for i = 1:n
        y(i) = h(i)+r(i)-(z(i)/2);
        gn(i) = gammaZ*y(i);
        Gn(i) = gn(i)*deltax;
    end
end

% BOČNÍ TLAK
function [p, S] = bocnitlak(gn, gost, nu, z, n)
    K = nu/(1-nu);
```

```

    i = 1:n;
    p(i) = gn(i)+gost;
    s(i) = K*p(i);
    for i = 1:n
        S(i) = s(i)*z(i);
    end
end

% TŘENÍ
function [Ht, Vt] = treni(p, S, f, dl, z, deltax, n)
    i = 1:n;
    P(i) = p(i)*deltax;
    for i = 1:n
        sin = z(i)/dl(i);
        cos = deltax/dl(i);
        Vt(i) = f*(S(i)*sin*sin+P(i)*sin*cos);
        Ht(i) = f*(S(i)*sin*cos+P(i)*cos*cos);
    end
end

% SÍLY PŮSOBÍCÍ NA DÍLEK
function [Fx, Fz] = sily(G0, Gost, Gn, Vt, S, Ht, n)
    i = 1:n;
    Fx(i) = S(i)+Ht(i);
    Fz(i) = G0(i)+Gost(i)+Gn(i)-Vt(i);
end

% OPRAVA
function [zopr, H0] = oprava(Fx, Fz, z0, deltax, n)
    i = 1:n;
    sumaFx(1) = Fx(1);
    V(1) = Fz(1);
    for i = 2:n
        sumaFx(i) = sumaFx(i-1)+Fx(i);
        V(i) = V(i-1)+Fz(i);
    end

    rozdil = 100;
    lim1 = 10;
    m1 = 0;
    H0 = 10000;
    while rozdil > lim1 & m1 < 1000000
        m1 = m1+1;
        H0 = H0-1;
        for i = 1:n
            zopr(i) = deltax*V(i)/(H0-sumaFx(i));
        end
        z0opr = sum(zopr);
        rozdil = abs(z0-z0opr);
    end

    rozdil = 10;
    lim1 = 1;
    m1 = 0;
    H0 = H0+1;
    while rozdil > lim1 & m1 < 1000000
        m1 = m1+1;
        H0 = H0-0.1;
        for i = 1:n
            zopr(i) = deltax*V(i)/(H0-sumaFx(i));
        end
        z0opr = sum(zopr);
        rozdil = abs(z0-z0opr);
    end

    rozdil = 1;
    lim1 = 0.1;
    m1 = 0;

```

```

H0 = H0+0.1;
while rozdil > lim1 & m1 < 1000000
    m1 = m1+1;
    H0 = H0-0.01;
    for i = 1:n
        zopr(i) = deltax*V(i)/(H0-sumaFx(i));
    end
    z0opr = sum(zopr);
    rozdil = abs(z0-z0opr);
end

rozdil = 1;
lim1 = 0.01;
m1 = 0;
H0 = H0+0.01;
while rozdil > lim1 & m1 < 1000000
    m1 = m1+1;
    H0 = H0-0.001;
    for i = 1:n
        zopr(i) = deltax*V(i)/(H0-sumaFx(i));
    end
    z0opr = sum(zopr);
    rozdil = abs(z0-z0opr);
end

rozdil = 1;
lim1 = 0.001;
m1 = 0;
H0 = H0+0.001;
while rozdil > lim1 & m1 < 1000000
    m1 = m1+1;
    H0 = H0-0.0001;
    for i = 1:n
        zopr(i) = deltax*V(i)/(H0-sumaFx(i));
    end
    z0opr = sum(zopr);
    rozdil = abs(z0-z0opr);
end

rozdil = 1;
lim1 = 0.0001;
m1 = 0;
H0 = H0+0.0001;
while rozdil > lim1 & m1 < 1000000
    m1 = m1+1;
    H0 = H0-0.00001;
    for i = 1:n
        zopr(i) = deltax*V(i)/(H0-sumaFx(i));
    end
    z0opr = sum(zopr);
    rozdil = abs(z0-z0opr);
end

rozdil = 1;
lim1 = 0.00001;
m1 = 0;
H0 = H0+0.00001;
while rozdil > lim1 & m1 < 1000000
    m1 = m1+1;
    H0 = H0-0.000001;
    for i = 1:n
        zopr(i) = deltax*V(i)/(H0-sumaFx(i));
    end
    z0opr = sum(zopr);
    rozdil = abs(z0-z0opr);
end
end

```