



**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE**

---

**Fakulta stavební  
Katedra mechaniky**

**STUDIE PŘETVÁŘENÍ A PORUŠOVÁNÍ  
NOSNÍKŮ Z LEPENÉHO LAMELOVÉHO  
DŘEVA**

Habilitační práce

Habilitační obor: Teorie stavebních konstrukcí a materiálů

Ing. Lenka Melzerová, Ph.D.

Praha, 2019

**Prohlašuji, že jsem habilitační práci vypracovala samostatně, pouze z výsledků své práce, prováděné v rámci výzkumných projektů. Tato práce byla vydána jako publikace s přiděleným číslem ISBN 978-80-01-06399-6.**

V Praze 12.1.2019

.....  
Ing. Lenka Melzerová, Ph.D.

## Obsah

|         |                                                                                                           |    |
|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.      | ÚVOD .....                                                                                                | 7  |
| 1.1     | Lepené lamelové dřevo v konstrukcích .....                                                                | 7  |
| 1.2     | Druhy a vlastnosti dřeva .....                                                                            | 15 |
| 1.3     | Používaná lepidla a jejich vlastnosti .....                                                               | 17 |
| 1.4     | Technologie výroby prvků z lepeného lamelového dřeva .....                                                | 18 |
| 2.      | ROZBOR TEORIE K ŘEŠENÝM PROBLÉMŮM .....                                                                   | 19 |
| 2.1     | Modelování nosníků z LLD pomocí pravděpodobnostních vstupů kombinací metod MC a LHS .....                 | 21 |
| 2.2     | Bayesovský updating lokálních modulů pružnosti .....                                                      | 24 |
| 2.2.1   | Model založený na homogenizovaném průřezu .....                                                           | 25 |
| 2.2.2   | Dvoustupňový model aktualizace souborů modulů pružnosti .....                                             | 29 |
| 2.2.2.1 | První stupeň aktualizace modelu .....                                                                     | 30 |
| 2.2.2.2 | Druhý stupeň aktualizace modelu .....                                                                     | 32 |
| 2.2.2.3 | Teoretický základ řešeného problému .....                                                                 | 34 |
| 2.3     | Poškození nosníků z lepeného lamelového dřeva .....                                                       | 46 |
| 2.3.1   | Využití experimentální metody DIC pro analýzu poškození nosníků z lepeného lamelového dřeva .....         | 47 |
| 2.3.2   | Kritéria poškození nosníků z lepeného lamelového dřeva .....                                              | 49 |
| 2.4     | Nárůst průhybů v jednotlivých zatěžovacích stupních při konstantním zatížení .....                        | 53 |
| 2.5     | Modelování ortotropního chování dřeva s použitím naměřených lokálních modulů pružnosti .....              | 56 |
| 2.5.1   | Využití analytické homogenizace .....                                                                     | 60 |
| 2.5.2   | Využití experimentů na makroúrovni .....                                                                  | 63 |
| 3.      | EXPERIMENTÁLNÍ STUDIE .....                                                                               | 64 |
| 3.1     | Nedestruktivní testování – metoda zarážení trnu .....                                                     | 66 |
| 3.2     | Nedestruktivní testování – metoda zarážení trnu ukázka výsledků u testovaných nosníků z druhé série ..... | 74 |
| 3.3     | Nosníky první série – destruktivní ohybové testy .....                                                    | 79 |

|                                                                                                                                         |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.3.1 Uspořádání ohybových zkoušek.....                                                                                                 | 79  |
| 3.3.2 Dvacet nevyztužených nosníků .....                                                                                                | 82  |
| 3.3.3 Třicet nosníků vyztužených na spodním povrchu vysokopevnostní lamelou .....                                                       | 86  |
| 3.4 Nosníky druhé série.....                                                                                                            | 89  |
| 3.4.1 Okamžitý nárůst průhybů nosníků z lepeného lamelového dřeva v průběhu ohybové zkoušky .....                                       | 92  |
| 3.4.2 Poškození nosníků z lepeného lamelového dřeva v průběhu ohybové zkoušky .....                                                     | 98  |
| 3.5 Nosníky třetí série se souběžně použitou optickou měřicí metodou DIC (Digital Image Correlation) – destruktivní ohybové testy ..... | 106 |
| 3.5.1 Nevyztužené nosníky .....                                                                                                         | 108 |
| 3.5.2 Nosníky vyztužené fólií s uhlíkovými vlákny .....                                                                                 | 115 |
| 4. POČÍTAČOVÁ STUDIE ŘEŠENÝCH PROBLÉMŮ.....                                                                                             | 118 |
| 4.1 Modelování nosníků z LLD pomocí pravděpodobnostních vstupů metodami MC a LHS .....                                                  | 119 |
| 4.2 Bayesovský updating lokálních modulů pružnosti.....                                                                                 | 126 |
| 4.2.1 Model založený na homogenizovaném průřezu .....                                                                                   | 127 |
| 4.2.2 Dvoustupňový model aktualizace souborů modulů pružnosti.....                                                                      | 128 |
| 4.2.2.1 První stupeň aktualizace pěti nosníků.....                                                                                      | 128 |
| 4.2.2.2 Nastavení klíčových prvků druhého stupně aktualizace.....                                                                       | 129 |
| 4.2.2.3 Výsledky druhého stupně aktualizace.....                                                                                        | 130 |
| 4.3 Rozbor poškození nosníků.....                                                                                                       | 146 |
| 4.3.1 Určení napětí v místech poškození nosníků .....                                                                                   | 147 |
| 4.3.2 Odhad reálné únosnosti nosníků.....                                                                                               | 151 |
| 4.4 Nárůst průhybů při konstantním zatížení pro nosník 5 .....                                                                          | 155 |
| 4.5 Modelování ortotropního chování dřeva s použitím naměřených lokálních modulů pružnosti - výsledky .....                             | 160 |
| 4.5.1 Využití analytická homogenizace.....                                                                                              | 160 |
| 4.5.2 Využití experimentů na makroúrovni .....                                                                                          | 161 |



|                 |     |
|-----------------|-----|
| 5. ZÁVĚR.....   | 162 |
| Literatura..... | 165 |

## Poděkování:

Vznik této práce umožnila v první řadě trpělivost mých blízkých. Děkuji také kolegům z katedry mechaniky za tvůrčí a přátelské prostředí, kolegům z katedry ocelových a dřevěných konstrukcí za úzkou spolupráci a pracovníkům experimentálního centra za provedení ohybových zkoušek nosníků z lepeného lamelového dřeva.

## 1. ÚVOD

### 1.1 Lepené lamelové dřevo v konstrukcích

Úvodní část této práce má za úkol prokázat aktuálnost řešené problematiky. Budou zde prezentovány příklady různých konstrukcí, které dokazují, že lepené lamelové dřevo se používá na stavební konstrukce u nás i ve světě velmi široce. Většinou je používáno na sériově vyráběné prvky pro běžné konstrukce, ale lze z něj zhotovit i konstrukce výjimečné, kdy je každý nosník vyroben individuálně. V této oblasti jednotlivě vyráběných velkorozměrových prvků bude mít řešená problematika svoje uplatnění. V dalších odstavcích je připomenuta historie vzniku a rozvoje konstrukcí z lepeného lamelového dřeva ve světě a u nás.

Jednou z prvních staveb používající lepené lamelové dřevo na nosnou konstrukci byla hala koleje krále Edwarda VI. v Southamptonu [1.1.1], postavená v roce 1866. Přibližně ve stejném období bylo zkonstruováno také auditorium v Basileji ve Švýcarsku (1893). Podobných staveb bylo v této době po Evropě postaveno ještě několik, ale držitelem prvního průmyslového patentu je nepochybně Otto Helzer, který získal v roce 1906 ve Weimaru patent na zakřivené dřevěné prvky slepené ze dvou nebo více vrstev. Za následujících dvacet let bylo v Evropě postaveno několik desítek konstrukcí z lepeného lamelového dřeva, a to zejména v Německu a v Rakousku. Do severní Ameriky přišla tato technologie v roce 1934 společně s Maxem Hanischem, který byl původně jedním ze zaměstnanců Otto Helzera.

Velmi významným mezníkem ve vývoji lepeného lamelového dřeva byl počátek používání fenol-resorcinového lepidla v roce 1942, které bylo odolné proti vodě, což umožňovalo použití i v exteriéru a rychlé rozšíření prakticky po celém světě. Počátek významného použití lepeného lamelového dřeva ve světě byl zaznamenán na přelomu 70. a 80. let 20. století a od té doby se použití lepeného lamelového dřeva v konstrukcích uplatňuje stále více. Jako příklady ilustrující možnosti použití lepeného lamelového dřeva pro stavební konstrukce ve světě jsou zde uvedeny tři výjimečné stavby, a to foyer koncertního sálu, most a rozhledna.

Foyer koncertního sálu Sibelius hall ve Finském Lahti je prostor zvaný Forest hall, který byl dokončen v roce 2000 a jehož podlahová plocha je 1000 m<sup>2</sup> (obr. 1.1.1). Konstrukce Forest hall je inspirována vzdušností borového lesa. Borové dřevo je také na konstrukci použité. Nosná konstrukce haly sestává z dřevěného prostorového rámu o polích 11x11

metrů. Rám je podporován devíti lepenými lamelovými sloupy a systémem „větví“, které nesou dřevěné panely střechy. Jako „větve“ jsou použity lepené lamelové nosníky. Další lepené lamelové nosníky podporují vestavěnou galerii, která je konstruovaná jako most a ve dvou patrech má plochu 100 m<sup>2</sup> [1.1.2].



*Obr. 1.1.1: Konstrukce stropu Forest Hall*

V roce 2001 byl v jižní Francii, v blízkosti Valence dokončen pozoruhodný dřevěný most přes řeku Drôme ve městě Crest (obr. 1.1.2). Celková délka mostu 92,8 metru je rozdělena do třech polí. Nosnou konstrukci tvoří čtyři lepené lamelové trámové nosníky, ztužené příčnými příhradovými nosníky. Trámy překrývá konstrukce vozovky o šířce 5,5 metru, u vnějších trámů doplněná o konzoly a konstrukce chodníků, a to 1,25 metru na každé straně. Z obou betonových mostních pilířů vybíhá pět betonových konzol, do kterých se paprskovitě sbíhá soustava dřevěných podpěr. Výstavba trvala 10 měsíců a dřevo použité na výstavbu byla zejména borovice Douglaska a dub [1.1.3, 1.1.4].



*Obr. 1.1.2: Most přes řeku Drôme ve městě Crest.*

V současnosti nejvyšší rozhlednou na světě, postavenou z lepeného lamelového dřeva, je 100 metrů vysoká Pyramidenkogel ve městě Keutschach am See v Rakouských Korutanech (obr. 1.1.3). Do provozu byla uvedena 20. 6. 2013, což je necelých pět měsíců od začátku stavby, v únoru 2013. Konstrukce je tvořena šestnácti mohutnými sloupy, které stoupají po spirále a jsou prostorově ztuženy osmdesáti diagonálami. V deseti výškových úrovních jsou umístěny eliptické prstence. Na celou stavbu bylo použito 500 m<sup>3</sup> lepeného lamelového dřeva [1.1.5].



*Obr. 1.1.3: Pyramidenkogel ve městě Keutschach am See.*

Lepené lamelové dřevo se na území České republiky používá od roku 1952, například jedna z našich největších specializovaných firem má již padesátiletou historii. Přesto jsou konstrukce, uvedené jako příklady použití lepeného lamelového dřeva, všechny vyrobeny po roce 2002. Jde o tři lávky pro pěší a cyklisty, tři konstrukce zastřešení velkého prostoru a jednu rozhlednu. Zvolené jsou konstrukce výjimečné. Použití lepeného lamelového dřeva v mnoha jiných, běžnějších konstrukcích je samozřejmé.



*Obr. 1.1.4: Most nedaleko Černého kříže na Šumavě.*



V současnosti nejdelším mostem z lepeného lamelového dřeva na našem území je most nedaleko Černého kříže na Šumavě, který byl uveden do provozu v prosinci 2013 (obr. 1.1.4). Má rozpětí 36 metrů, navržený je jako oblouk se spodní mostovkou. Náklady na výstavbu byly 4,5 milionu korun a jeho stavba trvala 2,5 měsíce [1.1.6].



*Obr. 1.1.5: Lávka v Českých Budějovicích*

Jako druhý příklad poslouží lávka v Českých Budějovicích, umístěna nedaleko centrálního náměstí (obr. 1.1.5). Nosným prvkem je dvojice příhradových nosníků proměnné výšky z lepeného lamelového dřeva, která plní současně funkci zábradlí. Délka mostu je 34,6 m a šířka 5,14 m, uveden do provozu byl v červnu 2002 [1.1.7].

Třetí realizovaná lávka je přes Svitavu v Brně, o rozměrech 30×4,74 m, má nosnou konstrukci tvořenou dvojicí příhradových vazníků proměnné výšky obloukového tvaru (obr. 1.1.6). Vazníky staticky působí jako prosté nosníky. Horní i dolní pasy a diagonály jsou vyrobeny z lepeného lamelového modřínového dřeva. Stavba byla realizována v roce 2010 [1.1.8].

Zatímco lávek a mostů je na našem území realizováno několik desítek, výběr z realizovaných zastřešení je složitější, neboť je jich velké množství. Proto zde jsou uvedeny realizace největší firmy, která se specializuje na lepené lamelové dřevo na našem území [1.1.9].



*Obr. 1.1.6: Lávka přes Svitavu v Brně*

Prvním příkladem je novostavba leteckého muzea v Mladé Boleslavi (obr. 1.1.7). Hangár je přízemní objekt halového typu o půdorysných rozměrech 34,3×72,8 metrů. Základní nosná konstrukce hangáru je realizována jako dřevěná rámová s roztečí rámu 6 metrů. K realizaci došlo v prosinci 2012 [1.1.10].



*Obr. 1.1.7: Letecké muzeum v Mladé Boleslavi*

Druhým příkladem, dokazujícím, že konstrukce z lepeného lamelového dřeva jsou v dnešní době již bez problémů použitelné i ve vlhkém prostředí, je konstrukce zastřešení bazénu Kohoutovice v Brně (obr. 1.1.8), jejíž montáž byla zahájena počátkem roku 2009. Základním nosným prvkem dílčích střešních segmentů jsou ve svislém směru lepené lamelové dřevěné zakřivené nosníky a vaznice se vzpěrami, v horizontálním směru potom dřevěná klenbová skořepina. Minimální poloměr zakřivení lepených obloukových nosníků je 2,7 m, při výšce nosníku až 2,9 metru. Střešní



zakřivené nosníky jsou navrženy v osových vzdálenostech 5 metrů, teoretické rozpětí lamelových nosníků činí 24,8 m až 34,5 m [1.1.11].



*Obr. 1.1.8: Hala bazénu Kohoutovice*

Třetí příklad je dostavba areálu HVM PLASMA Praha z dubna roku 2009 (obr. 1.1.9).



*Obr. 1.1.9: Dostavba areálu HVM PLASMA Praha*

Nosná konstrukce střechy je tvořena lepenými obloukovými dřevěnými nosníky na rozpětí 14,35 m s dřevěným táhlem a roztečí nosníků 5,6 a



6,2 m. Staticky působí obloukové nosníky s táhlem jako dvojkolbová konstrukce. Dřevěná konstrukce tvoří zastřešení objektu o půdorysných rozměrech 14,6×39,5 m a 14,6×37,5 m [1.1.12]. Posledním příkladem využití lepeného lamelového dřeva na našem území je jedinečná konstrukce rozhledny u Jakuba ve Valtínově na Jindřichohradecku (obr. 1.1.10). Stavba rozhledny o výšce 45 metrů byla dokončena v březnu roku 2013. Rozhledna je půdorysně šestihran o rozměrech 9x9 m s nosnými sloupy o průřezu 40/40 cm. Vyrobená je z lepeného lamelového modřínového dřeva třídy GL28h. Na její výstavbu bylo použito mimo jiné 90 m<sup>3</sup> modřínového dřeva. Montáž celé konstrukce trvala pouhých 15 dní [1.1.13].



*Obr. 1.1.10: Rozhledna ve Valtínově*

Problematika dřevěných konstrukcí, včetně lepeného lamelového dřeva, je již dlouhá léta řešena na mnoha vědeckých konferencích soustředěných na aplikovanou mechaniku nebo experimentální analýzu konstrukcí. V případě konferencí specializovaných na dřevěné konstrukce jde například o World Conference on Timber Engineering WCTE 2014 a WCTE 2012, International Conference on Structural Health Assessment of Timber Structures SHATIS 11 a SHATIS 13, Enhance Mechanical Properties of

Timber, Engineered Wood Products and Timber Structures 2012, Timber Bridges Conference 2014. Lepenému lamelovému dřevu zde bývá věnována velká pozornost.

## 1.2 Druhy a vlastnosti dřeva

V tomto odstavci budou zmíněny výhradně druhy dřeva, které jsou používány v konstrukcích z lepeného lamelového dřeva. V každé zemi, kde se lepené lamelové dřevo vyrábí, se používá jako surovina v největší míře ten druh dřeva, který se v dané oblasti nejhojněji vyskytuje. V České republice se ze 77% pěstují jehličnaté dřeviny, a to z 54% smrk, 18% borovice, 4% modřín a 1% jedle. Na listnaté dřeviny zbývá 23%, a to 6% dubu a 6% buku a zbytek potom tvoří dřeviny pěstované pro jiné účely, například ovocné stromy. Z toho plyne, že se u nás lepené lamelové konstrukce vyrábějí většinou ze smrkového dřeva. V odůvodněných případech je vhodnější použít modřín, který je tvrdší než smrk a obsahuje více pryskyřice, kterou je rovnoměrně prosycen. Proto poměrně dobře vzdoruje střídání sucha a vlhka. Vzhledem ke své větší tvrdosti je naopak modřín hůře opracovatelný než smrk.

Pro výsledky laboratorních zkoušek je nejdůležitější vlastností dřeva jeho vlhkost. V této souvislosti je stanoven bod nasycení vláken, kterého je dosaženo při vlhkosti 30%. Do této hranice je voda hygroskopicky vázaná, to je obsažena ve stěnách buněk. Nad tuto hranici je mimo stěny buněk, to je voda volná, vyplňující dutiny uvnitř buněk a mezibuněčné prostory. Únik této vody nemá vliv na jeho objemové změny. Ztrátou hygroskopicky vázané vody dochází naopak k sesychání a zvětšováním jejího objemu k bobtnání dřeva. U sesychání a bobtnání je významný rozdíl rozměrových změn v radiálním směru, a to 2 až 4% a tangenciálním směru 5 až 8%. Naopak v podélném směru je to pouze přibližně 0,1%. Sesychání a bobtnání má dopad i na prvky z lepeného lamelového dřeva. Předepsaná vlhkost pro jejich lepení je 15%, většina výrobců je však suší na 12%. Pokud jsou lamely určené ke slepení širší než 200 milimetrů, je nutné je opatřit drážkami, které jsou od sebe vzdálené přibližně 40% šířky lamely a hluboké 20% tloušťky lamely. Běžná tloušťka lamely je 40 milimetrů, maximální přípustná je potom 45 milimetrů. Vlhkost dřeva se běžně měří vlhkoměry, které využívají vztahu mezi vlhkostí dřeva a jeho elektrickou vodivostí. Obvykle měří s přesností 2%.

Také hustota dřeva se uvádí v závislosti na jeho vlhkosti. V laboratorních podmínkách je někdy možné prvek zvážit a změřit jeho objem. Na hustotu je možné usuzovat také metodou zarážení trnu, kdy je trn daných rozměrů vystřelen definovanou energií do dřeva. Z hloubky jeho vniknutí je možné stanovit nejen lokální hustotu dřeva, ale i lokální modul pružnosti ve směru vláken. Tato metoda bude podrobně popsána v dalších kapitolách, protože

byla použita pro získání lokálních modulů pružnosti u prvků testovaných v této práci. Pro hrubý odhad modulů pružnosti částí lamel při výrobě lepeného lamelového dřeva, se používá strojní třídění dřeva, založené na tříbodovém ohybu a znalostech průřezových rozměrů prvku.

Jak již bylo řečeno, bude v této práci velká pozornost věnována mechanickým vlastnostem dřeva, zejména modulu pružnosti ve směru vláken a pevnosti v ohybu. Při srovnání hodnot experimentálně zjištěných a vypočtených je proto vhodné vzít v úvahu i zde dále uvedené hodnoty normové podle ČSN EN 1194 [1.2.1], která platí pro lepené lamelové dřevo (tabulka 1.2.1).

| Veličina                         | Značka          | Jednotky          | GL24h | GL28h | GL32h | GL36h |
|----------------------------------|-----------------|-------------------|-------|-------|-------|-------|
| Pevnost v ohybu                  | $f_{m,g,k}$     | MPa               | 24    | 28    | 32    | 36    |
| Pevnost v tahu rovnob. s vlákny  | $f_{t,0,g,k}$   | MPa               | 16,5  | 19,5  | 22,5  | 26    |
| Pevnost v tahu kolmo k vlák.     | $f_{t,90,g,k}$  | MPa               | 0,4   | 0,45  | 0,5   | 0,6   |
| Pevnost v tlaku rovnob. s vlákny | $f_{c,0,g,k}$   | MPa               | 24    | 26,5  | 29    | 31    |
| Pevnost v tlaku kolmo k vlák.    | $f_{c,90,g,k}$  | MPa               | 2,7   | 3     | 3,3   | 3,6   |
| Pevnost ve smyku                 | $f_{v,g,k}$     | MPa               | 2,7   | 3,2   | 3,8   | 4,3   |
| E rovnoběžně s vlákny stř. hodn. | $E_{0,g,mean}$  | GPa               | 11,6  | 12,6  | 13,7  | 14,7  |
| E rovnoběžně s vlák. 5% kvan.    | $E_{0,g,05}$    | GPa               | 9,4   | 10,2  | 11,1  | 11,9  |
| E kolmo k vlák. stř. hodn.       | $E_{90,g,mean}$ | MPa               | 390   | 420   | 460   | 490   |
| Hustota                          | $\rho_{g,k}$    | kg/m <sup>3</sup> | 380   | 410   | 430   | 450   |

*Tabulka 1.2.1: Vybrané normové hodnoty pevností, modulu pružnosti a hustoty lepeného lamelového dřeva.*

### **1.3 Používaná lepidla a jejich vlastnosti**

Současné normy připouštějí pouze použití fenolických a aminoplastických lepidel. Rozdělují je na dva typy. Typ I se používá pro venkovní prostředí a teploty nad 50°C a typ II se používá v interiérech a chráněném venkovním prostředí s teplotami do 50°C.

Lepení musí probíhat v chráněném prostředí při teplotě minimálně 15°C se vzdušnou vlhkostí cca 65%. Doba vytvrzování je 8 – 12 hodin a doba dotvrzování 36 – 72 hodin při 15 – 20°C. Lepené spoje musí odpovídat EN 391 [1.3.1], která řeší zkoušku delaminace lepených spojů a EN 392 [1.3.2], zabývající se smykovou zkouškou lepených spojů.



## 1.4 Technologie výroby prvků z lepeného lamelového dřeva

Postup výroby od uskladněných kmenů je popsán podle MM Holz Paskov s.r.o.. [1.4.1]. Kmeny se nejprve vytrídí podle druhu dřeva, délky a průměru. Třídící linka na kulatinu pracuje rychlostí 120 m/min. Podavač je schopen pracovat rychlostí 40 kmenů za minutu s minimální délkou 2,4 metru a maximální délkou 5 metrů. Horní čelo kmene smí mít v průměru minimálně 80 milimetrů, spodní čelo maximálně 700 milimetrů. Další na řadě je odkornění, k čemuž slouží šest odkorňovacích nožů. Po odkornění se kulatina přesně změří a prochází rentgenovým zařízením, které vyhledává kov. Zde je možné odhalit například hřebíky, nebo projektily o minimální velikosti 8x8x10 milimetrů. Přesně změřené kmeny se znovu roztrídí podle délek a průměrů. Do řezací linky jdou kmeny silným koncem napřed. Což zajišťuje otočný podavač s kapacitou 40 kmenů za minutu. Kulatina je podélně rozřezána na prkna. Následuje vytrídění a další zpracování krajních prken a likvidace odpadu. Výsledná prkna mohou jít k dalšímu opracování do jiného závodu, kde z nich bude vyrobeno lepené lamelové dřevo. Vybraná a roztríděná prkna, která splňují požadavky na kvalitu, se uloží do sušících balíků a odvezou do sušičky. V sušící komoře zůstávají 8 -10 dní, za které se vysuší na vlhkost 12%. Odtud jdou balíky do stabilizační komory, kde zůstávají přibližně týden, aby se vyrovnalo vnitřní napětí materiálu. Po sušení prochází znovu procesem třídění. Prkna na výrobu lepených lamel procházejí čtyřstranným hoblovacím obráběcím strojem, kde se upravují na přesný rozměr a zároveň se odstraňují nově objevené vady. Z řezacího obráběcího stroje jede materiál po spojovací lince, kde se provádí řezání lamel na požadovaný rozměr, frézují se zubovité spoje a lamely postupují do lepícího lisu. Zubovité spoje musí být provedené podle ČSN EN 385 [1.4.2]. Ve spoji musí být dosažena minimálně stejná pevnost, jako má spojovaný materiál. Podle ČSN EN 1194 [1.4.3] je nutné, aby charakteristická pevnost spoje v tahu byla dokonce vyšší o 5 MPa, než je pevnost příslušné lamely. Po slepení nejsou lamely ještě 2 hodiny zatěžovány, aby řádně proběhl proces polymerizace lepidla. Tím vznikají lamely o požadované délce. Na vytvořené paralelní povrchy lamel se nanáší lepidlo. Po nanesení lepidla se lamely vkládají do lisu, kde se pod tlakem 10 kg/cm<sup>2</sup> to je 1 MPa slepí. Polotovary lepeného dřeva se umístí do obráběcího stroje, který je frézuje ze čtyř stran a případně řeže na potřebné rozměry [1.4.4]. Hotovými výrobky mohou být například trámy o šířce 0,1 metru, výšce 0,32 metru a délce 4,5 metru, vyrobené ze smrkového lepeného lamelového dřeva, které jsou v této práci testovány.

## 2. ROZBOR TEORIE K ŘEŠENÝM PROBLÉMŮM

Cílem předkládané práce je rozšířit stávající možnosti řešení přetváření a porušování nosníků z lepeného lamelového dřeva o pravděpodobnostní přístup, kdy je na materiálové charakteristiky a na měřená posunutí, za konstantního zatížení, pohlíženo jako na soubory hodnot. Ty byly získány provedením rozsáhlé experimentální studie, stručně představené ve třetí kapitole. V navazující čtvrté kapitole jsou teoretické postupy na testované nosníky aplikovány, čímž vzniká část nazvaná počítačová studie, jejíž výsledky je možné srovnat s provedenými experimenty a ověřit správnost navržených postupů. Vyhodnocování provedených experimentů byla věnována maximální pozornost, protože tato část určuje limity použitelnosti prezentovaných metod a při jeho provádění byly odhaleny různé jevy, jejichž vliv bylo třeba posoudit. Rozbor teorie k řešeným problémům je stejně jako navazující počítačová studie členěn do pěti podkapitol.

První podkapitola pouze uplatňuje statistické parametry naměřených souborů hodnot modulů pružnosti, které odpovídají jednotlivým segmentům lamel, jako vstupy do MKP modelů. Tyto pravděpodobnostní vstupy mnohem lépe vystihují prokazatelně náhodný charakter naměřených hodnot. Každý testovaný nosník byl individuálně modelován tak, že ze statistik souborů modulů pružnosti v segmentu byla vytvořena distribuční funkce jednak normálního a jednak lognormálního rozdělení. Z ní byly kombinací metod Monte Carlo a LHS vygenerovány hodnoty modulu pružnosti. Tento proces byl realizován pro každý segment nosníku. Výsledkem je stejný počet simulovaných nosníků jako vygenerovaných hodnot modulů pružnosti v každém segmentu. Odtud lze potom získat libovolnou veličinu, například průhyb uprostřed rozpětí, v každém ze simulovaných nosníků a tudíž soubor hodnot této veličiny, který lze dále statisticky zpracovávat.

Druhá podkapitola naměřené soubory modulů pružnosti v segmentech upřesňuje, neboť jejich nedestruktivní měření je zatíženo mnohem větší chybou, než měření průhybů nosníků při čtyřbodových ohybových testech. Nástrojem je Bayesovský updating s použitím MCMC pro výpočet potřebných integrálů. Tato podkapitola je pro předkládanou práci stěžejní. Ve třetí podkapitole je pozornost soustředěna na kritické místo, pro pevnost nosníků z lepeného lamelového dřeva, to je na zubovité spoje v krajní tažené lamele.

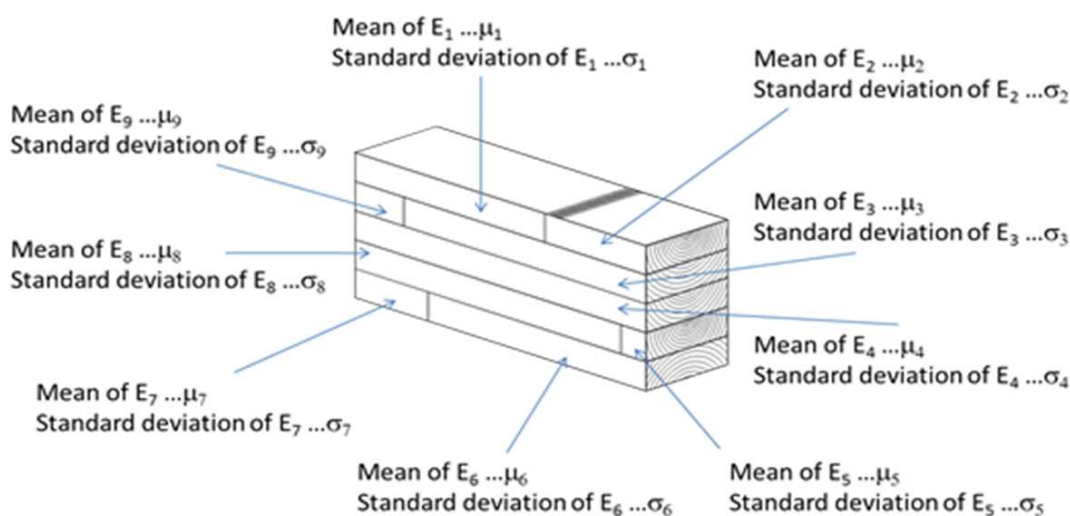
Čtvrtá podkapitola využívá měření průhybů v čase, prováděného s frekvencí 20Hz, k popisu krátkodobého dotvarování dřeva. Význam

odhalení rozsahu tohoto jevu je sice málo podstatný pro stavební praxi, kdy počítáme dobu trvání zatížení na roky, ale podstatnější pro návrh a vyhodnocování laboratorních testů, trvajících minuty až hodiny. Jejím výsledkem jsou zároveň soubory měřených průhybů pro každý zatěžovací stav, použité ve druhé podkapitole, ke konfrontaci s průhyby vypočtenými pro každou sadu vygenerovaných modulů pružnosti.

V poslední podkapitole je zdůvodněno, proč nebylo v MKP modelech nosníků z lepeného lamelového dřeva třeba uplatnit všechny jeho, v literatuře dostupné, materiálové parametry. Při té příležitosti také mapuje obrovský rozptyl těchto parametrů v literatuře uváděný a naznačuje cestu, kterou by bylo za pomoci měřených a updatovaných modulů pružnosti dřeva ve směru vláken možné odhadnout i některé další materiálové parametry smrkového dřeva.

## 2.1 Modelování nosníků z LLD pomocí pravděpodobnostních vstupů kombinací metod MC a LHS

Cílem této podkapitoly je popsat, jak byla ze souborů lokálně naměřených modulů pružnosti dřeva ve směru vláken (viz. podkapitola 3.2) získána vstupní data pro pokročilé výpočetní modely nosníků z lepeného lamelového dřeva, jak tyto modely fungují a jakou formou jsou prezentovány jejich výsledky. Konkrétní příklady jsou potom uvedeny v části počítačová studie (podkapitola 4.1).



Obr. 2.1.1: Statistické parametry modulů pružnosti segmentů nosníku z lepeného lamelového dřeva.

Obrázek 2.1.1 dokumentuje, že nutnými vstupními parametry pro pokročilé MKP modely jsou průměry a směrodatné odchylky souborů lokálních modulů pružnosti v segmentech. K jejich získání je nutné provést analýzu dat všech souborů [2.1.1], a to za pomoci některého ze statistických programů [2.1.2]. Tato analýza, prakticky představená na jednom nosníku v podkapitole 4.1 má následující postup.

Prvním úkolem je detekovat odlehlá měření a rozhodnout, zda jsou v souboru oprávněně, to je, místní zvýšení modulu pružnosti je způsobeno například sukem, nebo zda se jedná o chybu měření.

Po odstranění případných hrubých chyb měření je vhodné vytvořit ze souboru histogram se správně volenou šířkou sloupce. Ten určí skupinu rozdělení dat, která připadají v úvahu. Vhodně volená šířka sloupce  $h$  je podle [2.1.1] v případě přibližně symetrického rozdělení vypočtená z počtu dat  $n$  a směrodatné odchylky jejich normálního rozdělení podle rovnice 2.1.1.

$$h = 2,34 \times \sigma * n^{-0,2} \quad (2.1.1)$$

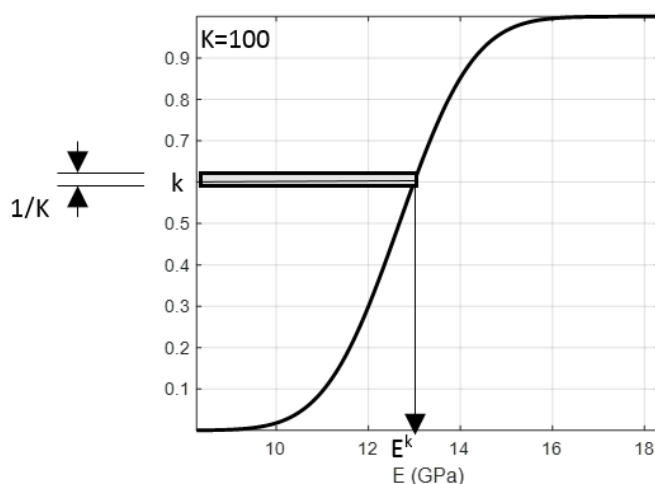
Pro kontrolu můžeme vytvořit také alternativní histogram s minimální použitelnou šířkou sloupce na úrovni přesnosti měření.

Nyní je již vizuálně možné vyloučit některá naprosto nevhodná rozdělení. Různé programy pro statistickou analýzu dat používají obvykle přibližně deset základních rozdělení. Z jejich průniku jsou v této práci vybrána tři, která budou dále testována, a to normální, lognormální a Weibullovo. Ostatní možnosti byly po prověření vyloučeny.

Rozhodnutí o vhodnosti rozdělení je provedeno grafickými metodami. Možné je také použít testování hypotéz. Srovnání krabicových grafů těchto rozdělení v konfrontaci s naměřenými daty ukázalo, že pro Weibullovo rozdělení by byl medián cca o 4 (GPa) nižší, než v naměřených datech. Proto je toto rozdělení dále vyhodnoceno jako nevhodné. Druhou použitou grafickou metodou je kvantil-kvantil graf, ve kterém se vynášejí na jedné ose kvantily souboru naměřených dat a na druhé ose kvantily daného rozdělení. Pokud je výsledkem přibližně přímka, je dané rozdělení pro data vhodné. Z této grafické metody bylo rozhodnuto o použití jak normálního, tak i lognormálního rozdělení pro numerickou simulaci nosníků, což se ukázalo být korektním přístupem, neboť výsledky ve všech částech předkládané práce jsou pro oba typy rozdělení prakticky totožné. Souběžné použití obou rozdělení má tu výhodu, že pro použití řady statistických metod je předpokládána normalita. V některých zdrojích je však pro rozdělení modulů pružnosti dřeva doporučeno lognormální rozdělení.

Pokud známe parametry rozdělení lokálních modulů pružnosti v jednotlivých segmentech, lze sestavit pokročilé modely těchto nosníků s jejich použitím. Zvlášť jsou provedeny dvě alternativy, a to pro všechny segmenty nosníku je použito lognormálních rozdělení, příslušejících k danému segmentu, nebo je pro všechny segmenty použito normálních rozdělení. Výchozí stav je ilustrován na obrázku 2.1.1. Nyní je použito metody LHS. Nejprve jsou sestaveny distribuční funkce. Každá z nich je rovnoměrně rozdělena na jednotný počet vrstev, a to takový, který odpovídá počtu simulovaných nosníků, například 100.

Podle schématu na obrázku 2.1.2 je z distribuční funkce ve středu každé vrstvy odečtena příslušná hodnota modulu pružnosti, která je segmentu v jedné simulaci přiřazena. Každá vrstva je použita právě jednou. Metodou Monte Carlo je každému segmentu přiřazena jedna z vygenerovaných hodnot v každé simulaci. Vznikne tak například 100 simulovaných nosníků, což je schematicky vyjádřeno v tabulce 2.1.1.



Obr. 2.1.2: Princip generování modulu pružnosti  $k$ -té vrstvy z distribuční funkce.

Výsledných hodnot je pro jeden nosník tolik, kolik je simulací, to je například 100. Tyto hodnoty lze již statisticky zpracovat. Výsledkem použití takovýchto modelů bude tedy vždy ne jedna, ale například 100 hodnot příslušné veličiny v daném bodě, což se u materiálů s tak náhodnými vlastnostmi, jako je dřevo jeví jako daleko vhodnější, než pokud by byly moduly pružnosti použity po segmentech nosníku konstantní. Zde prezentovaný přístup řešení byl představen v publikaci [2.1.3]. Výsledný soubor průhybů lze použít spolu s měřenými průhyby jako vstup pro testování možnosti zlepšení rozdělení lokálních modulů pružnosti pomocí Bayesovské statistiky, což je provedeno v podkapitole 2.2.1, kde je směrodatná odchylka takto vypočteného souboru průhybů, v jednom ze třech bodů, označena  $\sigma_w$ .

|            | Vygenerovaná E v segmentu |               |               |     |                 |
|------------|---------------------------|---------------|---------------|-----|-----------------|
| Segment 1  | $^5E_1$                   | $^{90}E_1$    | $^{16}E_1$    | ... | $^4E_1$         |
| Segment 2  | $^{11}E_2$                | $^7E_2$       | $^3E_2$       | ... | $^{92}E_2$      |
| ....       | ...                       | ...           | ...           | ... | ...             |
| Segment 21 | $^{85}E_{21}$             | $^1E_{21}$    | $^5E_{21}$    | ... | $^{10}E_{21}$   |
| MKP model  | Sim. Nosník 1             | Sim. Nosník 2 | Sim. Nosník 3 | ... | Sim. Nosník 100 |
| Výsledek   | $w_1$                     | $w_2$         | $w_3$         | ... | $w_{100}$       |

Tab. 2.1.1: Schema generování 100 simulovaných nosníků

## 2.2 Bayesovský updating lokálních modulů pružnosti

Úlohou této podkapitoly je získat rozdělení souborů modulů pružnosti ve směru vláken odpovídající jednotlivým segmentům, to je částem mezi dvěma sousedními zubovitými spoji v jedné lamele. Výchozím prvkem je slepený celistvý nosník zakoupený jako finální výrobek. Proto lze soubory lokálních modulů pružnosti určit pouze jedinou nedestruktivní metodou (popsanou v podkapitole 3.1), u které je však největší nepřesnost způsobená samotným odečtem na stupnici přístroje, a to řádově 0,25 GPa. Průhyby nosníku jako celku jsme ale schopni měřit mnohem přesněji, proto je použijeme na získání opravených souborů modulů pružnosti v segmentu.

Pro řešení úlohy jsou sestaveny dva různé modely. Nejprve je představen model založený na homogenizovaném průřezu, zavádějící základní pojmy a prokazující řešitelnost úlohy, který byl prezentován na konferenci v Římě 2015 [2.2.1]. Zde jsou použity měřené průhyby pouze jednou hodnotou v každém zatěžovacím stupni a každé ze třech pozic. Zato vypočtené průhyby mají jednotnou směrodatnou odchylku z modelu podkapitoly 2.1. Jiný parametr, a to citlivost třech sledovaných průhybů na změnu modulu pružnosti v jednom segmentu, využívá přesnější model. Ten je řešen jako dvoustupňový. První stupeň opravuje moduly pružnosti v celém nosníku jednotně, čímž odstraňuje systematickou chybu daného měření. Teprve navazující druhý stupeň využívá příspěvků změn modulů pružnosti, v jednotlivých segmentech, ke změně průhybu celého nosníku. Protože korekce modulů pružnosti ve druhém stupni jsou již velmi malé, což je v souladu s fyzikálním smyslem úlohy, je linearizace nelineárních vztahů zcela přijatelná. Jako apriorního rozdělení je zároveň použito výsledků z prvního stupně, to je po prvotním srovnání nepřesností, vzniklých jednak vlivem prostředí a jednak lidským faktorem.

Těžiště praktického využití dosažených poznatků je zejména v mnohem přesnějším modelování extrémně velkých nosníků z lepeného lamelového dřeva, čehož může být dosaženo zmenšením nejistot, které do modelu vnáší obtížně definovatelný materiál.



### 2.2.1 Model založený na homogenizovaném průřezu

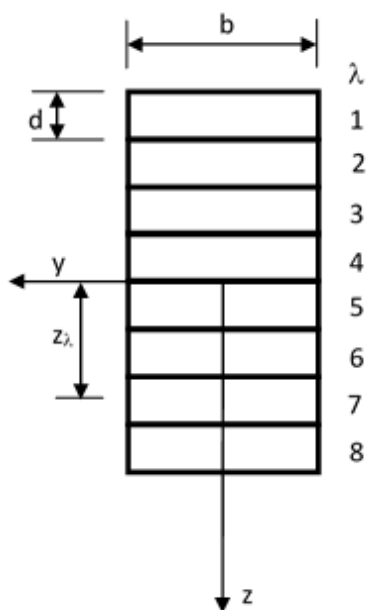
V této i následujících podkapitolách hledáme nástroj k predikci hodnot průhybů, po kterých požadujeme, aby se blížily svým měřeným hodnotám. V tomto odstavci jím bude model založený na Mindlinově teorii ohybu. Heterogenní průřez převádíme na ekvivalentní s efektivními (homogenizovanými) materiálovými vlastnostmi.

Na obrázku 2.2.1.1 je schematicky představen průřez nosníků z této práce, které mají po výšce osm lamel s různými hodnotami modulu pružnosti. Pokud indexujeme lamely v průřezu  $\lambda = 1, \dots, 8$ , značí  $E_\lambda$  modul pružnosti v  $\lambda$ -té lamele a  $z_\lambda$  vzdálenost mezi těžištěm  $\lambda$ -té lamely a těžištěm průřezu, potom je homogenizovaná ohybová tuhost průřezu dána vztahem (2.2.1.1), kde  $d$  a  $b$  jsou výška a šířka lamely a  $z_T$  představuje pozici těžiště homogenizovaného průřezu podle rovnice (2.2.1.2).

$$D_b = bd^3 \frac{1}{12} \sum_{\lambda=1}^8 E_\lambda + db \sum_{\lambda=1}^8 E_\lambda (z_\lambda - z_T)^2, \quad (2.2.1.1)$$

kde je posun těžiště homogenizovaného průřezu oproti předpokladu vypočten podle vzorce:

$$z_T = \frac{\sum_{\lambda=1}^8 E_\lambda z_\lambda}{\sum_{\lambda=1}^8 E_\lambda} \quad (2.2.1.2)$$



Obr. 2.2.1.1: Značení částí průřezu.

Homogenizovaná smyková tuhost průřezu je dána rovnicemi (2.2.1.3, 2.2.1.4 a 2.2.1.5). Pro tento výpočet byl koeficient  $\nu$  zvolen jednou konstantou shodnou ve všech segmentech.

$$kGA = \frac{D_b^2 b^2}{bd \sum_{\lambda=1}^8 \frac{(ES)_{\lambda}^2}{G_{\lambda}}}, \quad (2.2.1.3)$$

kde

$$(ES)_{\lambda} = bd \sum_{\beta=\lambda}^8 E_{\beta} (z_{\beta} - z_T), \quad (2.2.1.4)$$

$$G_{\lambda} = \frac{E_{\lambda}}{2(1+\nu)}. \quad (2.2.1.5)$$

Dále je vektor uzlových sil prvku vyjádřen jako násobek matice tuhosti prvku a vektoru uzlových posunutí podle (2.2.1.6)

$$\mathbf{R}_e = \mathbf{K}_e \mathbf{r}_e. \quad (2.2.1.6)$$

Vynecháme-li osové síly, které jsou při čistém ohybu nulové, můžeme vyjádřit vektory uzlových sil a posunutí prvku jako

$$\mathbf{R}_e = \{Z_1, M_1, Z_2, M_2\}^T, \quad (2.2.1.7)$$

$$\mathbf{r}_e = \{w_1, \varphi_1, w_2, \varphi_2\}^T, \quad (2.2.1.8)$$

a matice tuhosti prvku délky  $l$  je ve shodě s [2.2.1.1]

$$\mathbf{K}_e = \frac{2D_b}{(1+2\kappa)l} \begin{bmatrix} \frac{6}{l^2} & -\frac{3}{l} & -\frac{6}{l^2} & -\frac{3}{l} \\ -\frac{3}{l} & 2+\kappa & \frac{3}{l} & 1-\kappa \\ -\frac{6}{l^2} & \frac{3}{l} & \frac{6}{l^2} & \frac{3}{l} \\ -\frac{3}{l} & 1-\kappa & \frac{3}{l} & 2+\kappa \end{bmatrix}, \quad (2.2.1.9)$$

kde

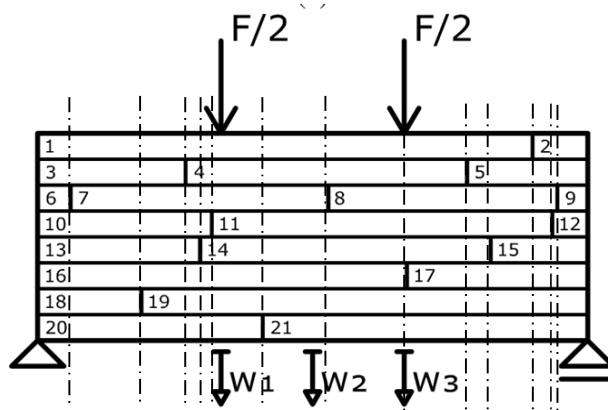
$$\kappa = \frac{6D_b}{kGA l^2}. \quad (2.2.1.10)$$

MKP model je vytvořen lokalizací matic tuhostí jednotlivých prvků do globální matice tuhosti. Délky jednotlivých prvků byly vybrány tak, aby se překrývaly se všemi zubovitými spoji nosníku. V prezentovaném případě bylo prvků celkem 14 (obr. 2.2.1.2). Parametry průřezu se nemění po délce prvku, ale jsou různé v každém prvku v závislosti na aktuální hodnotě modulu pružnosti v dané vrstvě.

Po vytvoření homogenizovaného modelu je třeba definovat funkci odezvy. S ohledem na použitý simulační software, můžeme přijmout ještě další zjednodušení. Vzhledem k tomu, že zde simulujeme celý průběh ohybové zkoušky, to je všechny zatěžovací kroky, do vztahu (2.2.1.11) zavedeme  $F_i$  reprezentující aktuální sílu v  $i$ -tém zatěžovacím stupni, kterých je celkem 17. V pružném oboru na nepoškozené konstrukci můžeme vypočítat pouze průhyb odpovídající jednomu zatěžovacímu stavu. V dalších zatěžovacích stavech jsou vypočteny jeho příslušné násobky. Průhyby byly měřeny a tedy i počítány na třech místech, proto  $d = 1, 2, 3$ .

$$w_{di} = f_d(\mathbf{E})F_i. \quad (2.2.1.11)$$

Funkce  $f_d(\mathbf{E})$  reprezentuje MKP výpočty průhybů v  $d$ -tém bodě pro jednotkové zatížení.



Obr. 2.2.1.2: Model nosníku z lepeného lamelového dřeva s 21 segmenty, rozdělený na 14 dílů.

Pro řešenou úlohu musíme sestavit hierarchický model, který může být formulován takto:

$$w_{di} \sim \mathcal{N}(\mu_{w_{di}}, \sigma_w), \quad (2.2.1.12)$$

$$\mu_{w_{di}} \leftarrow f_d(\mathbf{E})F_i, \quad (2.2.1.13)$$

$$E_j \sim \mathcal{N}(\mu_{E_j}, \sigma_{E_j}), \quad (2.2.1.14)$$

$$\sigma_w \sim \text{Inv-Gamma}(\alpha, \beta). \quad (2.2.1.15)$$

Vztah (2.2.1.12) udává, že hodnoty posunů jsou obvykle distribuovány normálně, kolem své skutečné hodnoty. Deterministický vztah (2.2.1.13) obsahuje MKP model a nabízí teoretickou průměrnou hodnotu průhybu založenou na hodnotě modulu pružnosti a zatížení. Vztah (2.2.1.14)

specifikuje rozložení priorního předpokladu o různých hodnotách Youngova modulu pružnosti v různých segmentech. Předpokládejme, že každé  $E_j$  je normálně rozdělené s průměrnou hodnotou a směrodatnou odchylkou stanovenou z testu Pilodynem. Hodnota  $\sigma_w$  je simulována inverzním gama rozdělením (2.21.15), což je konjungované priorní rozdělení parametru  $\sigma$  normálního rozdělení  $N(\mu, \sigma)$ . Parametry  $\alpha=\beta=0,1$  jsou dané pevně. Nakonec je výsledkem modelu 21 parametrů  $E_j$ . K formulaci úlohy jsme využili Bayesova teorému k vyjádření posteriorní hustoty pravděpodobnosti parametrů.

$$p(\mathbf{E}, \sigma_w | w_{di}) \propto p(w_{di} | \mathbf{E}, \sigma_w) p(\mathbf{E}, \sigma_w). \quad (2.2.1.16)$$

Věrohodnost může být vyjádřena s pomocí (2.17) jako

$$p(w_{di} | \mathbf{E}, \sigma_w) = f_N(w_{di}, f_d(\mathbf{E})F_i, \sigma_w), \quad (2.2.1.17)$$

Protože proměnné  $E_j$  a  $\sigma_w$  jsou navzájem nezávislé, můžeme zapsat priorní distribuci jako

$$p(\mathbf{E}, \sigma_w) = f_{IG}(\sigma_w, \alpha, \beta) \prod_{j=1}^{21} f_N(E_j, \mu_{E_j}, \sigma_{E_j}), \quad (2.2.1.18)$$

kde  $f_N(y, \mu, \sigma)$  je funkce hustoty pravděpodobnosti normálního rozdělení a  $f_{IG}(y, \alpha, \beta)$  je funkce hustoty pravděpodobnosti inverzního gama rozdělení. Symbol  $\propto$  značí, že posteriorní rozdělení není rovné pravé straně, ale je k ní pouze proporcionální. Naštěstí nám umožňuje skupina MCMC algoritmů, generovat vzorky parametrů rozdělené podle posteriorního rozdělení v proporcionální formě. Jakmile máme dostatečný počet vzorků updatovaných parametrů modelu, vypočteme jejich statistiky a srovnáme je s priorní distribucí.

Zatímco v tomto modelu je směrodatná odchylka průhybů pouze simulována, jsou v navazujícím přesnějším modelu použity skutečné směrodatné odchylky měřených průhybů, a to individuálně pro každé měřené místo a každý zatěžovací stupeň.

## 2.2.2 Dvoustupňový model aktualizace souborů modulů pružnosti

Tento model je konstruován jako dvoustupňový. V prvním stupni je provedena hrubá aktualizace průměrů souborů modulů pružnosti, které budou startovacími hodnotami druhého stupně updatingu. V rámci prvního stupně bude nalezena hodnota, o kterou je nutné posunout všechny průměry souborů modulů pružnosti v nosníku, aby byly co nejlépe vystiženy všechny měřené průhyby.

Z rovnice 2.2.2.1 lze potom zpětně dopočítat, jak velkou průměrnou chybou jsou zatížena měření lokálních modulů pružnosti. Různá velikost této chyby u různých nosníků je dána měřením každého nosníku individuálně, to je různými pracovníky s často i velkým časovým odstupem.

$$E = -564,1 \times t_p + 19367 \quad 2.2.2.1$$

Je třeba poznamenat, že modul pružnosti je dosazován v MPa a hloubka vpichu v milimetrech.

Teprve ve druhém stupni dojde k aktualizaci měřených modulů pružnosti souběžně, ale různě ve všech segmentech. Pro tuto úlohu je použit Bayesovský updating řešený prostřednictvím MCMC.

Vzorec 2.2.2.1 byl upraven z již existující podoby publikované v [2.2.2.1], za použití dvaceti nevyztužených nosníků první série [2.2.2.2]. Dává v průměru velmi dobré výsledky (viz. podkapitola 4.2.2), kde jsou u pěti nosníků detekovány kladné i záporné odchylky od správného řešení. Rovnice 2.2.2.1 nebude na základě jednotek kusů nosníků s dostatečným množstvím naměřených hodnot  $t_p$  opravována. Slouží pouze k odvození vstupů a řešení dalších úloh je na ní již nezávislé.

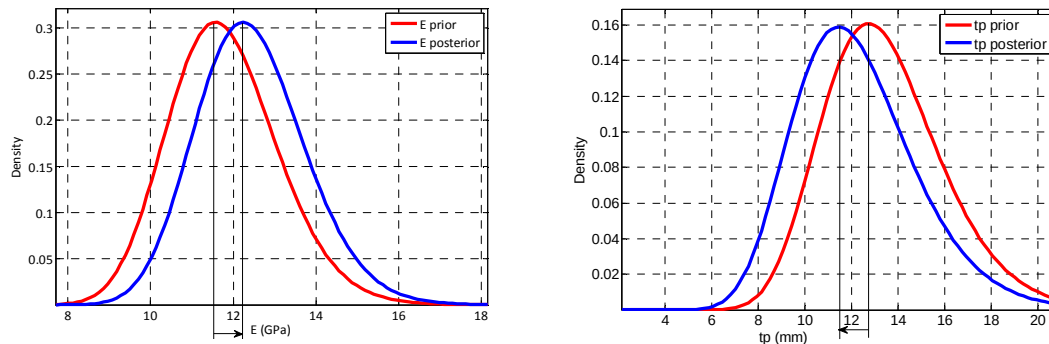
Naproti tomu dvoustupňová konstrukce modelu zajišťuje jednak rychlejší konvergenci, což není při použité výpočetní technice podstatné, ale zejména je omezena možnost konvergence k nesprávnému řešení.

### 2.2.2.1 První stupeň aktualizace modelu

Smyslem prvního stupně aktualizace je mírný posun souboru modulů pružnosti o jednotné  $\Delta\mu_E$  v celém nosníku tak, abychom minimalizovali veličinu  $A$  v rovnici 2.2.2.1.1.

$$\sum_{i=1}^n ((w_{LV} - w_{Lm})_i^2 + (w_{SV} - w_{Sm})_i^2 + (w_{PV} - w_{Pm})_i^2) = A \quad 2.2.2.1.1$$

Schematicky je tento posun a odpovídající posun hloubek vpichů  $\Delta t_p$  naznačen na obrázku 2.2.2.1.1.



Obr. 2.2.2.1.1: Ilustrace posunu  $\Delta\mu_E$  a odpovídajícího  $\Delta\mu_{t_p}$  všech naměřených hodnot v prvním stupni modelu u jednoho nosníku.

V rovnici 2.2.2.1.1 jsou vypočtené průhyby označeny indexem  $V$ , zatímco měřené indexem  $m$ . Měřené průhyby jsou zde reprezentovány průměrem souboru měřených hodnot z poslední sekundy každého zatěžovacího stupně, které jsou značeny indexem  $i$  a je jich obecně  $n$ .

Rozlišujeme také pozici, ve které jsou průhyby měřeny. Proto je průhyb pod levou silou označen jako  $L$ , pod pravou silou  $P$  a uprostřed rozpětí  $S$ . Vypočtené průhyby jsou získány z MKP modelu nosníku. Jejich získání vyžaduje pouze jednotky kroků, ve kterých jsou všechny moduly pružnosti upraveny, na rozdíl od druhého stupně aktualizace, kde je použití MCMC již nezbytné.

Je také nutné kontrolovat, jaký vliv na optimalizaci modulů pružnosti mají jednak první zatěžovací stupně, kdy může ještě docházet k nelinearitám z důvodů netěsnosti mezi ocelovými deskami u podpor a pod břemeny a jednak několik nejvyšších zatěžovacích stupňů. Tam by mohla být nelinearita v grafu  $F/w$  způsobena, mimo jiné, měřením na již neznatelně

poškozené konstrukci, k čemuž došlo u nosníku 3 ze série 2. Výsledky empirických výpočtů pro pět nosníků jsou uvedeny v části (4.2.2). Zde je uveden pouze vysvětlující obrázek (2.2.2.1.1) aktualizace střední hodnoty souborů modulů pružnosti v nosníku a odpovídající aktualizace hloubky vpichů  $t_p$ , která musí být kontrolována s ohledem na reálnost velikosti chyby měření.



### 2.2.2.2 Druhý stupeň aktualizace modelu

Cíl zde prezentovaného řešení je stejný jako v podkapitole 2.2.1. Aktualizujeme tedy zároveň všechny střední hodnoty  $\mu_{Ej}$  ve všech  $j$  segmentech příslušného nosníku. Směrodatné odchylky těchto souborů vznikají přirozenou variabilitou lokálních modulů pružnosti dřeva a jejich změna je pouze sledována. Za priorní rozdělení zde budeme považovat rozdělení měřených  $E$  s posunutou střední hodnotou o  $\Delta\mu_E$ , určené v prvním stupni modelu. Místo modelu založeného na Mindlinově teorii zde zaujímá 2D model každého nosníku, prezentovaný v podkapitole 2.1. Abychom mohli přistoupit k současné individuální aktualizaci středních hodnot  $E_j$  ve všech segmentech, je nejprve nutné provést pro model každého nosníku citlivostní analýzu, při které je určen vliv změny modulu pružnosti každého segmentu o známou konstantu, na změnu každého ze třech sledovaných průhybů. Tato analýza nám umožní přibližné převedení MKP modelu na soustavu lineárních rovnic pro  $j$  neznámých (pokud  $j$  označuje  $j$ -tý segment nosníku z celkového počtu  $k$  segmentů).  $E_j$  reprezentuje potom hledané neznámé rozdělení modulů pružnosti v  $j$ -tém segmentu, které řešíme za pomoci Bayesovy věty, jako nástroj používáme MCMC. Zpětným dosazením updatovaných modulů pružnosti do MKP modelu se ukazuje, že toto řešení je velmi přesné (viz příklady v podkapitole 4.2.2), a to vzhledem k malým opravám  $\mu_E$  v tomto stupni aktualizace.

Počet konstant, vypočtených citlivostní analýzou je počet segmentů  $k$ , krát počet pozic snímačů průhybů, to je 3. Konstanty vypočtené citlivostní analýzou individuálně pro každý nosník jsou zde nazvány  $c_{Lj}$ ,  $c_{Sj}$ ,  $c_{Pj}$ . Indexy  $L$ ,  $P$  a  $S$  mají význam pozice na nosníku, a to pod levou silou, pod pravou silou a uprostřed rozpětí v  $j$ -tém segmentu. Výsledky citlivostní analýzy jsou nejlépe patrné z jejich použití pro výpočet průhybu například pod levou silou v  $i$ -tém zatěžovacím stupni:

$$w_{VLi} = \sum_{j=1}^k \frac{c_{Lj}}{E_j} \times i \quad 2.2.2.2.1,$$

kde index  $V$  znamená vypočtenou hodnotu. Všechny vypočtené průhyby jsou konfrontovány s jejich měřenými soubory. V každém kroku vygenerovaná sada modulů pružnosti je akceptována pouze v případě, že vedou k výstižnější aproximaci všech měřených průhybů zároveň, to je ve všech zatěžovacích stupních a na všech pozicích snímačů. Zmiňované citlivosti byly určeny pro jeden zatěžovací stav, neboť je předpokládána lineární závislost mezi zatížením a průhybem. V principu se jedná o podíl

ze změny průhybu, při změně modulu pružnosti v jednom segmentu, na průhybu vznikajícím stejnou změnou modulů pružnosti ve všech segmentech. Tato bezrozměrná veličina je vynásobena původním modulem pružnosti v segmentu a průhybem odpovídajícím prvnímu zatěžovacímu stavu.

$$c_{Lj} = \frac{\Delta w_{VL1j}}{\sum_{j=1}^k \Delta w_{VL1j}} \times E_{j,konst} \times w_{VL1,konst} \quad 2.2.2.2.2$$

Analogicky k rovnici 2.2.2.2.1 jsou řešeny průhyby uprostřed nosníku, kdy je místo indexu  $L$  použit index  $S$  a pod pravou silou s indexem  $P$ .

$$w_{VSi} = \sum_{j=1}^k \frac{c_{Sj}}{E_j} \times i \quad 2.2.2.2.3$$

$$w_{VPi} = \sum_{j=1}^k \frac{c_{Pj}}{E_j} \times i \quad 2.2.2.2.4$$

Tento výpočet průhybů nahrazuje MKP model a lze jej snadno naprogramovat například v programu Jags, který za pomoci Metropolis-Hastings algoritmu hledá řešení posteriorních rozdělání  $E_j$ .

Měřené průhyby jsou zde reprezentovány svými normálními rozděláními, jejichž parametry jsou určeny ze souborů průhybů měřených v poslední sekundě příslušného zatěžovacího stupně. Stanovení délky intervalu pro získání měřených průhybů je popsáno v podkapitole 2.4.

Výsledky updatingu jsou prověřeny zpětným dosazením updatovaných modulů pružnosti do MKP modelu. Nyní musejí zde vypočtené průhyby, dosazené do rovnice (2.2.2.1.1), původní součet z metody nejmenších čtverců snížit, což ve všech případech dokumentovaných v části 4.2.2 platí. Stručně popsané řešení má svůj teoretický základ zachycený v následující podkapitole.

### 2.2.2.3 Teoretický základ řešeného problému

Řešení popsané v předcházející podkapitole prokazatelně konverguje k hledaným výsledkům, a to i za cenu určitých zjednodušení. Proto budou na tomto místě popsány a do kontextu uvedeny jeho klíčové složky. Stejně jako v předcházející podkapitole jsou segmenty indexovány symbolem  $j$  a jejich celkový počet v nosníku je  $k$ . Zatěžovací stupně mají obecné označení  $i$  s maximální hodnotou  $n$ . Tři pozice snímačů (pod levou silou  $L$ , uprostřed rozpětí  $S$  a pod pravou silou  $P$ ) jsou zde souhrnně označeny symbolem  $d$ . Před uplatněním Bayesovy věty na řešení problému je vhodné sestavit hierarchický model úlohy. Pod pojmem hierarchického modelu označujeme systém parametrů a dat spojených stochastickými, nebo deterministickými vztahy. Stochastický vztah  $x \sim \mathcal{N}(a, b)$  znamená, že kvantita  $x$  je rozdělena podle normálního rozdělení s parametry  $a$  a  $b$ . Naproti tomu deterministický vztah  $x \leftarrow \mathcal{N}(a, b)$  znamená, že kvantita  $x$  nabývá hodnoty výrazu  $N$ , zahrnujícího parametry  $a$  a  $b$ . Hierarchický model pro úlohu řešenou v podkapitole 2.2.2.2 bude mít tedy následující tvar:

$$w_{mdi} \sim \mathcal{N}(\mu_{w_{mdi}}, \sigma_{w_{mdi}}), \quad (2.2.3.1)$$

znamená, že každý měřený (index  $m$ ) průhyb, v každé  $d$ -té pozici na nosníku a v každém  $i$ -tém zatěžovacím stavu má svoje normální rozdělení s parametry  $\mu_{w_{mdi}}$  a  $\sigma_{w_{mdi}}$ , které jsou zjištěny vyhodnocením ohybové zkoušky, postupem představeným v podkapitole 2.4.

$$E_{mj} \sim \mathcal{N}(\mu_{E_{mj}}, \sigma_{E_{mj}}), \quad (2.2.3.2)$$

znamená, že z nedestruktivních testů bylo v každém z  $j$  segmentů sestrojeno normální rozdělení modulů pružnosti. V alternativním hierarchickém modelu je na tomto místě použito lognormální rozdělení.

$$c_{dj} \leftarrow g(\mu_{E_{mj}}) \quad (2.2.3.3)$$

je deterministický vztah, ze kterého, určíme citlivost každého ze třech sledovaných průhybů, na změnu modulu pružnosti v  $j$ -tém segmentu. Funkce  $g$  představuje použití MKP modelu pro výpočet těchto konstant.

$$E_j \sim \mathcal{N}(\mu_{E_j}, \sigma_{E_j}), \quad (2.2.3.4)$$

představuje hledané parametry posteriorní distribuce modulů pružnosti v  $j$ -tém segmentu, za předpokladu normálního rozdělení.

$$w_{di} \leftarrow h(E_j, c_{dj}) \quad (2.2.3.5)$$

je průhyb vypočtený pomocí konstant  $c_{dj}$ , pro sadu vygenerovaných  $E_j$  z hledané posteriorní distribuce modulů pružnosti v segmentech.

$$A \leftarrow f(\mu_{w_{mdi}}, \sigma_{w_{mdi}}, w_{di}) \quad (2.2.3.6)$$

Tento vztah nám udává přesnost řešení podle 2.2.2.1.1. Je nutné poznamenat, že řešení musí být kontrolováno fyzikálním smyslem úlohy. Nelze akceptovat řešení, kdy bude sice dosažena vysoká shoda mezi vypočtenými a měřenými průhyby, ale za cenu, že v jednom segmentu bude průměr posteriorní distribuce modulů pružnosti například 2 GPa a ve druhém například 30 GPa.

Jak bylo již zmíněno výše, lze alternativně použít také lognormální rozdělení modulů pružnosti. Hierarchický model bude mít potom alternativní podobu:

$$w_{mdi} \sim \mathcal{N}(\mu_{w_{mdi}}, \sigma_{w_{mdi}}), \quad (2.2.3.7)$$

$$E_{mj} \sim \mathcal{L}(\mu_{E_{mj}}, \sigma_{E_{mj}}), \quad (2.2.3.8)$$

$$c_{dj} \leftarrow g(\mu_{E_{mj}}), \quad (2.2.3.9)$$

$$E_j \sim \mathcal{N}(\mu_{E_j}, \sigma_{E_j}), \quad (2.2.3.10)$$

$$w_{di} \leftarrow h(E_j, c_{dj}), \quad (2.2.3.11)$$

$$A \leftarrow f(\mu_{w_{mdi}}, \sigma_{w_{mdi}}, w_{di}) \quad (2.2.3.12)$$

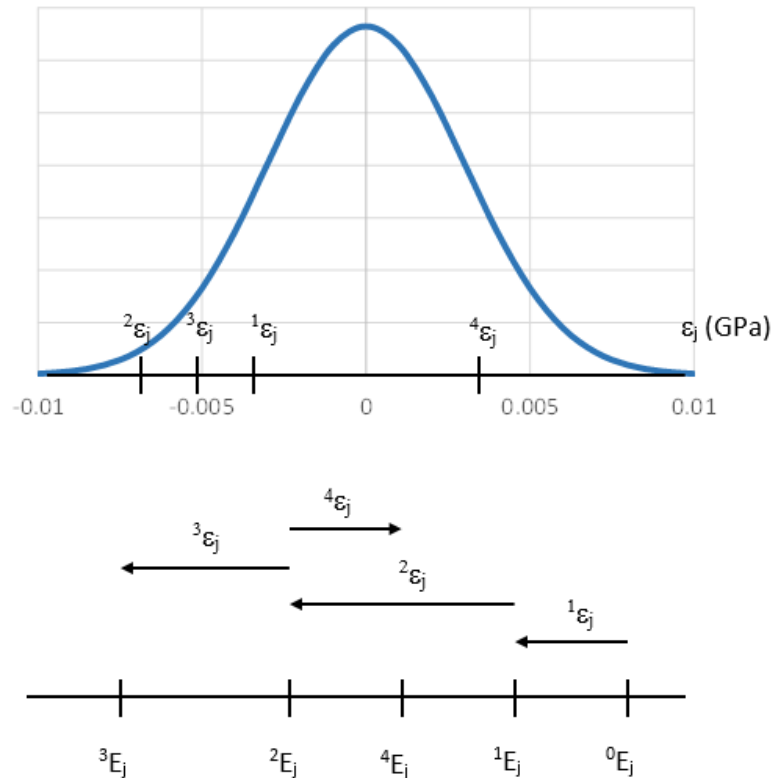
Po vytvoření hierarchického modelu přistoupíme k použití Bayesova teorému (2.2.3.13).

$$p(\mathbf{E} | w_{di}) \propto p(w_{di} | \mathbf{E}) p(\mathbf{E}) \quad (2.2.3.13)$$

Ten říká, že priorní rozdělení můžeme opravit na posteriorní, která jsou podmíněna dosažením průhybů odpovídajících průhybům měřeným tak, že využijeme měřených průhybů podmíněných hledaným rozdělením modulů pružnosti. Tuto úlohu lze vyřešit numericky za pomoci Markovových řetězců (MCMC), kdy generujeme moduly pružnosti  $\mathbf{E}$ .

V každém kroku potřebujeme generovat vždy novou sadu modulů pružnosti, to je jednu hodnotu v každém segmentu  $\mathbf{E} = (E_1, \dots, E_j, \dots, E_k)$ . S jejím použitím vypočteme odpovídající průhyby na třech místech nosníku. Za předpokladu lineární závislosti mezi průhybem a zatížením

snadno odvodíme trojice vypočtených průhybů, pro všechny uvažované zatěžovací stavy. Pro případ nelineární závislosti  $F/w$  by byla křivka, která jí popisuje, z experimentů přesně známá. Proto by mohla být použita namísto zde experimentálně prokázané přímky. Všechny vypočtené průhyby zároveň je potom třeba konfrontovat se soubory měřených průhybů a na základě níže popsaného akceptačního pravidla přijmout nebo zamítnout sadu  $\mathbf{E}$  vygenerovanou v daném kroku.

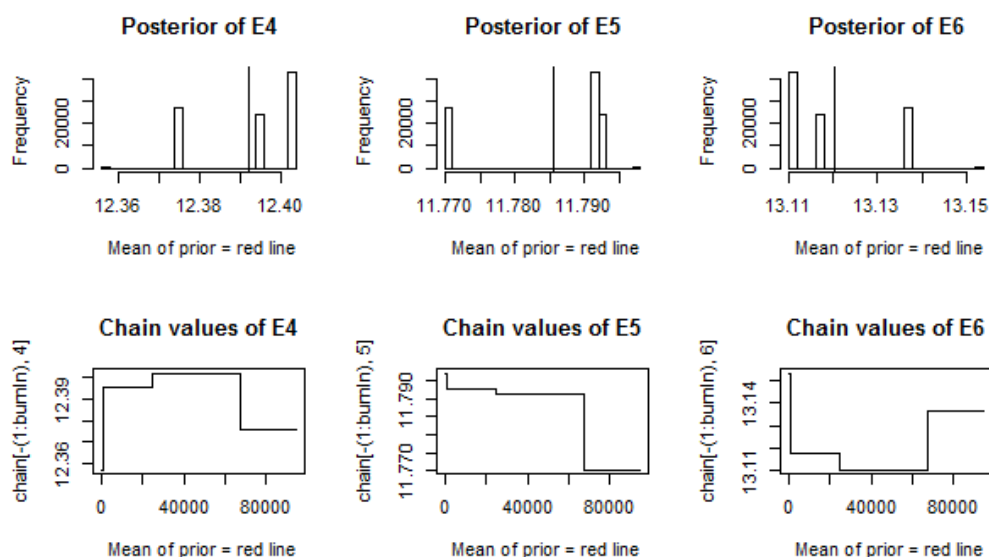


Obr. 2.2.2.3.1: Ilustrace generování vzorků pro jednorozměrný případ,  $j$ -tý segment, za předpokladu, že jsou akceptovány vzorky  $^1E_j$ ,  $^2E_j$  a  $^4E_j$ .

Pro efektivní generování  $\mathbf{E}$  je výhodné použít simulačních technik MCMC, které umožňují získat náhodné hodnoty parametrů z vysoce dimenzionálních posteriorních distribucí.

Monte Carlo Markovův řetězec (MCMC) je specifickým typem procesu Monte Carlo. Je tvořen náhodnou procházkou tak, že každý krok je zcela nezávislý na předcházejících krocích. Sekvence náhodných proměnných  $^{\delta}E_j$  je náhodnou procházkou, pokud splňuje podmínku, že  $^{\delta+1}E_j = ^{\delta}E_j + ^{\delta}\epsilon_j$ , kde  $^{\delta}\epsilon_j$  je generováno nezávisle na  $^{\delta-1}E_j$ ,  $^{\delta}E_j$ ,  $^{\delta+1}E_j$ .... Ilustrace významu  $^{\delta}\epsilon_j$  a startovací hodnoty  $^0E_j$  pro jednorozměrný případ je uvedena na obrázku

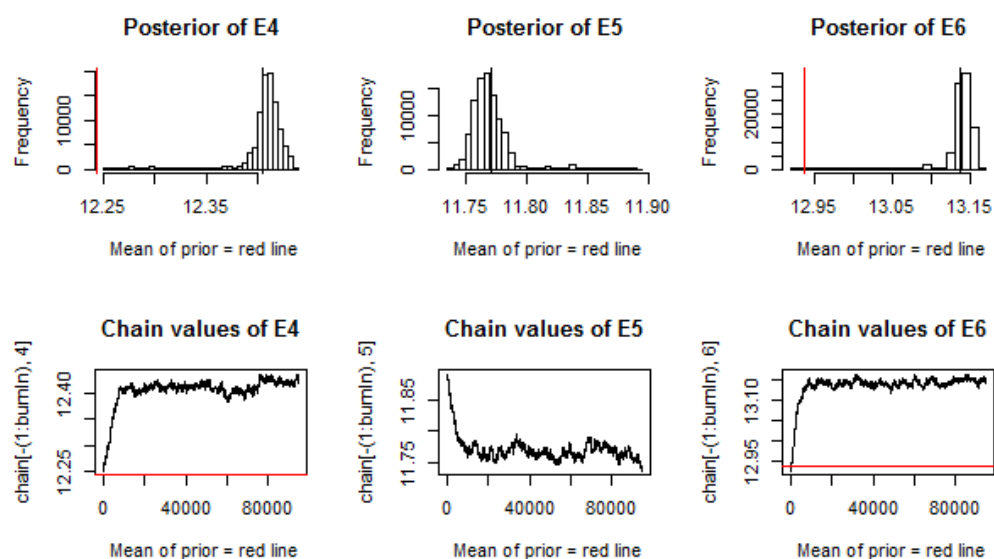
2.2.2.3.1. Z obrázku je patrné, že rozdělení je symetrické vzhledem k nule, proto se jedná o symetrickou náhodnou procházku.



Obr. 2.2.2.3.2: Ilustrace nevhodné volby směrodatné odchylky  $\varepsilon$ , a to příliš velkou hodnotou.

Ve zde prezentované úloze je  $\delta\varepsilon_j$  generováno z normálního rozdělení, a to s velmi malou směrodatnou odchylkou, která musí korespondovat se směrodatnou odchylkou měřených průhybů. V případě, že by byla použita o jeden řád větší směrodatná odchylka  $\varepsilon_j$ , která povede k příliš velkým krokům, bude podíl akceptovaných vzorků velmi malý. Konkrétně pro nosník 2, jehož správné řešení je prezentováno v příkladové části, to bude v řádu  $10^{-5}$ . Výsledný graf trasování a histogram pro takovéto nevhodné řešení ukazuje obrázek 2.2.2.3.2. V dalším obrázku (2.2.2.3.3) je patrný opačný případ, kdy je směrodatná odchylka  $\varepsilon_j$  o jeden řád nižší, než je vhodné, to je, bude akceptován téměř každý vygenerovaný vzorek. V tomto případě 83%. Kroky náhodné procházky jsou tedy příliš malé. Startovací hodnoty  $^0E_j$  jsou nastaveny na průměry priorních souborů modulů pružnosti, neboť ty budou ve druhém stupni aktualizace opraveny jen mírně, jsou tedy vzdáleny jen mírně od hledaného správného řešení.

Po popisu způsobu generování vzorků je třeba blíže popsat a ilustrovat výše zmíněné akceptační kritérium. Ilustrace je zachycena na obrázku 2.2.2.3.4, a to pro jednorozměrný případ  $E_j$  s pouze jednou funkcí hustoty pravděpodobnosti měřeného průhybu, na jedné pozici na nosníku a v jednom zatěžovacím stavu.



Obr. 2.2.2.3.3: Ilustrace nevhodné volby směrodatné odchylky  $\varepsilon$ , a to příliš nízkou hodnotou.

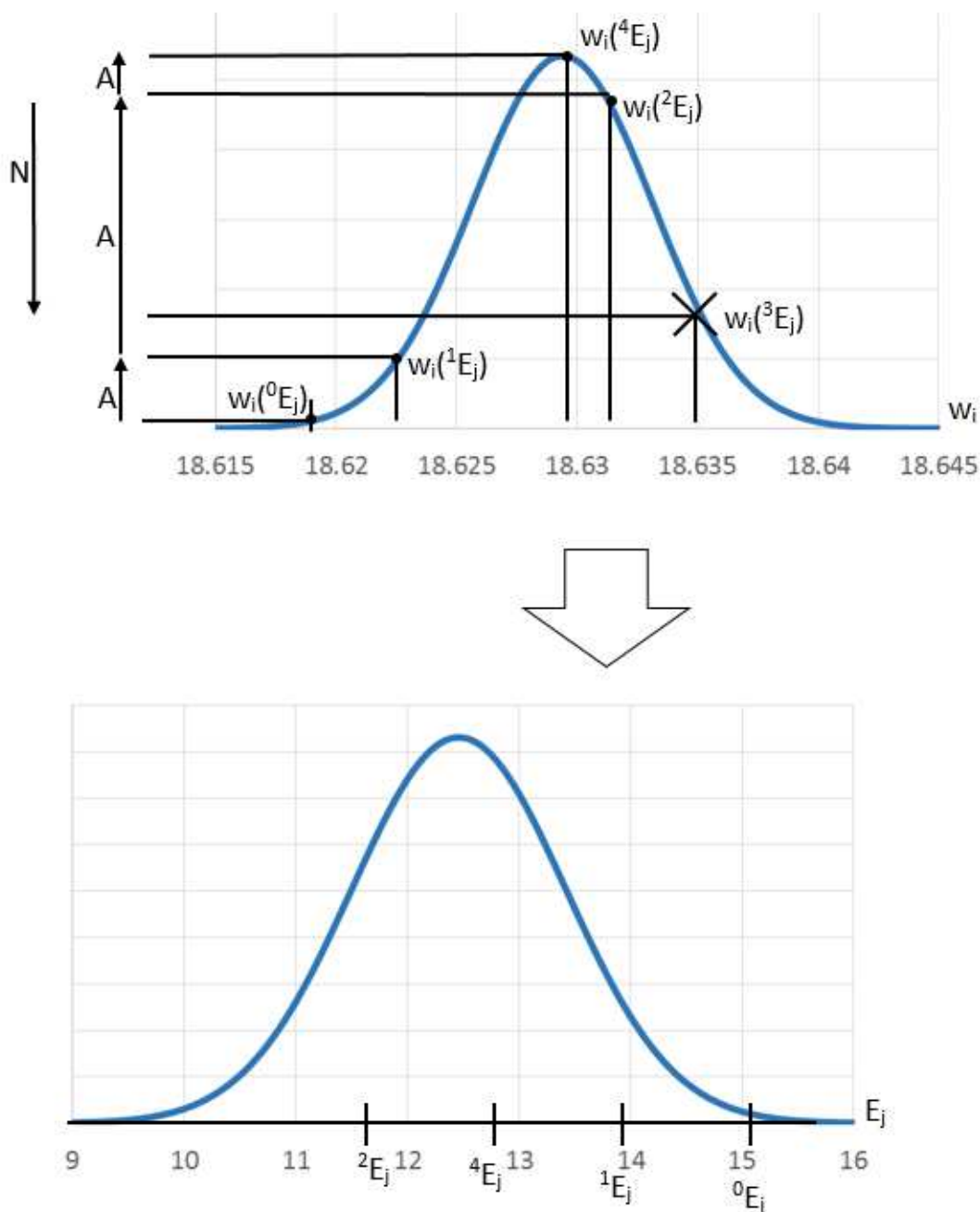
Obecně akceptační kritérium předpokládá, že navrhovaný krok náhodné procházky bude akceptován pouze v případě, že nová pozice bude lepší, než pozice stávající. V předkládané práci je použit výpočet akceptačního čísla  $\alpha = e^{(p(\text{nový}) - p(\text{stávající}))}$ , kde  $p(\text{nový})$  je pravděpodobnost v nové pozici, zatímco  $p(\text{stávající})$  je pravděpodobnost v aktuální pozici. Pokud  $1 < \alpha$ , je nový vygenerovaný vzorek akceptován.

Dostatečný počet akceptovaných vzorků závisí kromě vhodné volby  $\varepsilon$  a startovacích hodnot, také na množství vygenerovaných vzorků, které lze snadno kontrolovat na grafu trasování (obr. 2.2.2.3.5). Výpočet je vhodné provést opakovaně pro různé počty generovaných vzorků. Pro každý z prezentovaných nosníků bylo vygenerováno 100 000 vzorků.

Výše zmíněné grafy trasování, nazývané také grafy časových řad jsou součástí každého z výsledků, prezentovaných v podkapitole 4.2.2. V průběhu řešení úlohy a ladění algoritmu v programu Jags z nich byla snadno kontrolovatelná konvergence. Vhodný graf má vykazovat rychlé skoky nahoru a dolů, bez dlouhých trendů. Můžeme si také představit, že záznam myšleně rozdělíme svislými čarami na několik částí. Ty by se od sebe neměly příliš lišit.

Zmiňovanou vlastnost zcela určitě nemá pět ze šesti ukázek časových řad na obrázku 2.2.2.3.6 (podle [2.2.2.3.2]), který ilustruje stacionaritu. Tu lze v některých programech pozorovat v průběhu generování řetězců, kdy je možné navzájem porovnat dvě posteriorní distribuce, lišící se od sebe pouze

různými časy, ve kterých bylo generování vzorků zastaveno. Oba grafy by se v tom případě měly krýt.

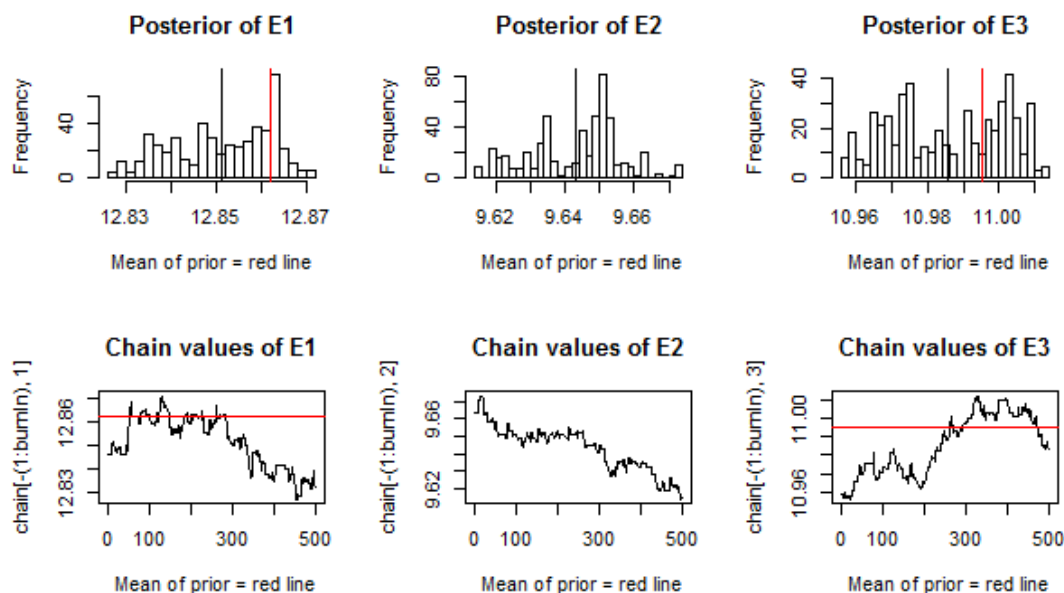


Obr. 2.2.2.3.4: Ilustrace akceptačního pravidla pro jednorozměrný případ a jeden průhyb a výsledné posteriorní rozdělení modulu pružnosti  $E_j$ . Akceptované vzorky jsou označeny A, neakceptované vzorky jsou označeny N.

Největší překážkou, kterou bylo u řešených nosníků třeba překonat, bylo zajištění výše zmíněných vlastností pro všechny segmenty zároveň. Zejména v segmentech, jejichž vliv na průhyby byl řádově menší, než



v segmentech ostatních, bylo dosažení vhodného grafu trasování nejobtížnější. Přesto toho bylo ve všech prezentovaných případech dosaženo.



*Obr. 2.2.2.3.5: Příklad nevhodného (příliš nízkého) počtu vygenerovaných vzorků. Všechny ostatní parametry výpočtu jsou stejné, jako u správného řešení.*

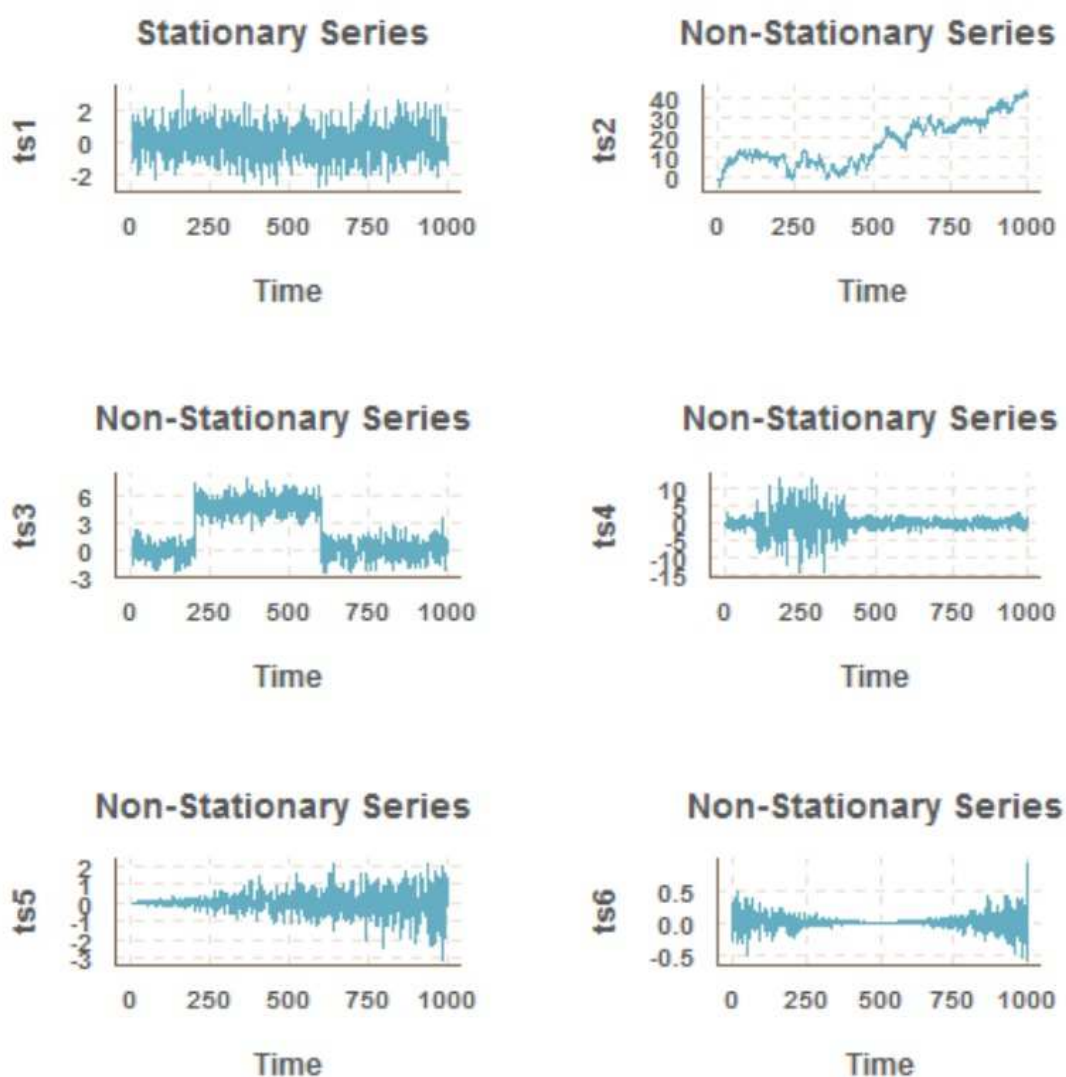
Podstatné pro správné řešení je také vhodné nastavení tak zvané burn-in periody, během které algoritmus postupně zapomíná počáteční hodnoty. Tyto vzorky jsou z analýzy vyřazeny, a to vzhledem k tomu, že nemusí reprezentovat skutečnou posteriorní distribuci, neboť vzorky jsou ve skutečnosti čerpány z aktuální posteriorní distribuce. Burn-in perioda je obvykle poměrně konzervativně volena délkou 500 vzorků.

Hluběji se konvergencí MCMC zabývá publikace [2.2.2.3.1]. V předkládané práci je pouze velmi stručně shrnuto to nejpodstatnější. Smyslem je prokázat, že metoda MCMC je použita v souladu se svými limity a předpoklady.

Pro doplnění jsou ještě v následujícím odstavci velmi stručně charakterizovány klíčové pojmy, týkající se některých základních vlastností Markovových řetězců. Při sestavování algoritmů jsou Markovovy řetězce konstruovány z přechodového jádra tak, že  $X_{n+1} \sim K(X_n, X_{n+1})$ . V rámci konstrukce řetězce existuje stacionární rozdělení takové, že pokud  $X_n$  má rozdělení  $\pi$ , potom také  $X_{n+1}$  má rozdělení  $\pi$ , pokud jádro  $K$  umožňuje volný pohyb po celém stavovém prostoru. Tato vlastnost se nazývá

neredukovatelnost a zajišťuje, že většina algoritmů MCMC je rekurentní, nebo dokonce harrisovsky rekurentní, kdy pravděpodobnost nekonečného počtu návratů do  $A$  je 1. Nepožadujeme tedy jen nekonečný průměrný počet návštěv každé množiny  $A$ , ale také nekonečný počet návštěv pro každou cestu Markovova řetězce. Neredukovatelnost je první mírou citlivosti Markovova řetězce na počáteční podmínky a je klíčová, protože vede ke garanci konvergence. Neredukovatelný řetězec je zároveň aperiodický, pokud má periodu 1. Neredukovatelnost zajišťuje, že přenosové jádro umožňuje volný pohyb po celém stavovém prostoru, a to bez ohledu na výchozí hodnotu.

Dříve zmíněné stacionární rozdělení (obr. 2.2.2.3.6) je rovněž limitním rozdělením  $\pi$  bez ohledu na počáteční hodnotu  $X_0$ .



Obr. 2.2.2.3.6: Ilustrace stacionárních a nestacionárních časových řad podle [2.2.2.3.2].

V souladu s daty byla pro všechny nosníky použita normální rozdělení sledovaných veličin. Normální rozdělení patří do skupiny konjugovaných, což redukuje počet nutných doplňujících výpočtů. Konjugovaná rozdělení mají stejnou parametrickou formu v priorní i posteriorní distribuci.

Dále je požadovaná ergodicita. Ta zaručuje, že existuje stacionární rozdělení, které aproximuje hledané rozdělení. Za poměrně obecných podmínek jsou řetězce produkované algoritmy MCMC ergodické, to je nezávislé na počátečních podmínkách. Markovův řetězec je ergodický, jestliže existuje pravděpodobnost větší než nula, že během jednoho kroku přejde z jednoho stavu do druhého stavu. Silnějším požadavkem je jednotná ergodicita znamená, že míra konvergence musí být jednotná přes celý stavový prostor.

Pojem náhodná procházka, včetně nastavení potřebných parametrů pro řešenou úlohu byl vysvětlen již dříve. Nyní zbývá ještě vysvětlit, jak obecně funguje algoritmus Metropolis, který byl v řešené úloze použit. Jeho použití je v souladu s podmínkou, že náhodná procházka musí být symetrická, což v daném případě platí. Pokud by symetrická nebyla, muselo by být použito jeho zobecnění, což je algoritmus Metropolis-Hastings. Obecně platí, že Algoritmus Metropolis je tvořen takto:

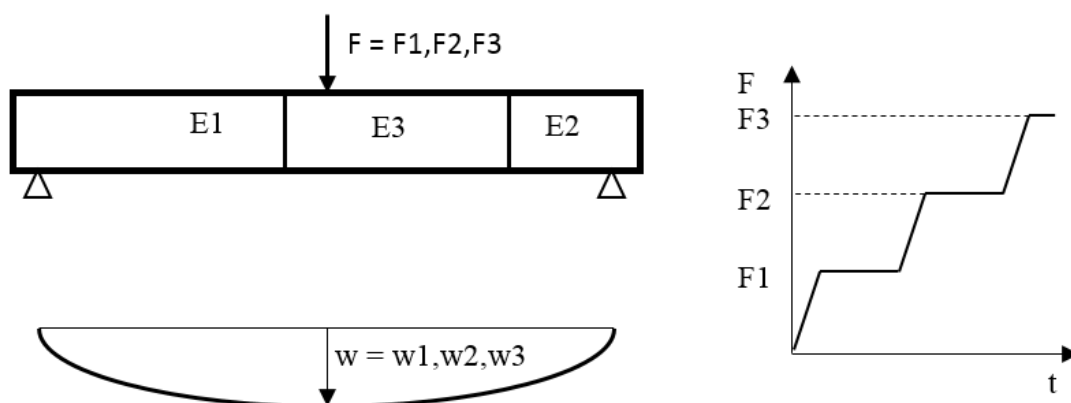
1. Vytvoříme startovací bod  $\theta^0$ , pro který  $p(\theta^0/y) > 0$ , ze startovací distribuce  $p_0(\theta)$ .
2. Pro  $t = 1, 2, \dots$ :
  - a) Vygenerujeme navrhovaný vzorek  $\theta^*$  z návrhové distribuce v čase  $t$ ,  $J_t(\theta^*/\theta^{t-1})$ . Návrhová distribuce musí být symetrická, to je  $J_t(\theta_a/\theta_b) = J_t(\theta_b/\theta_a)$ , pro všechna  $\theta_a, \theta_b$  a  $t$ .
  - b) Vypočteme poměr hustot  $r = p(\theta^*/y)/p(\theta^{t-1}/y)$
  - c) Vybereme  $\theta^t$  jako jednu ze dvou možností:  $\theta^*$  s pravděpodobností  $\min(r, 1)$ , nebo v ostatních případech ponecháme  $\theta^{t-1}$

Rozdíl mezi algoritmem Metropolis a Metropolis - Hastings je v poměru hustot  $r$ . Ten je v algoritmu Metropolis - Hastings počítán jako:

$r = (p(\theta^*/y)/J_t(\theta^*/\theta^{t-1}))/ (p(\theta^{t-1}/y)/J_t(\theta^{t-1}/\theta^*))$ . Je zřejmé, že pro případ výše popsané symetrie je poměr  $r$  stejný jako pro algoritmus Metropolis.

Kromě dříve prezentovaných řešení pomocí Bayesovské analýzy lze získat opravené moduly pružnosti v segmentech také metodou MLE (maximálně věrohodný odhad), kdy jsou správné hodnoty parametrů modelu fixní, ale neznámé a odhad těchto parametrů z daného vzorkování je náhodný, ale známý. Obě metody jsou implementovány do výpočetních programů.

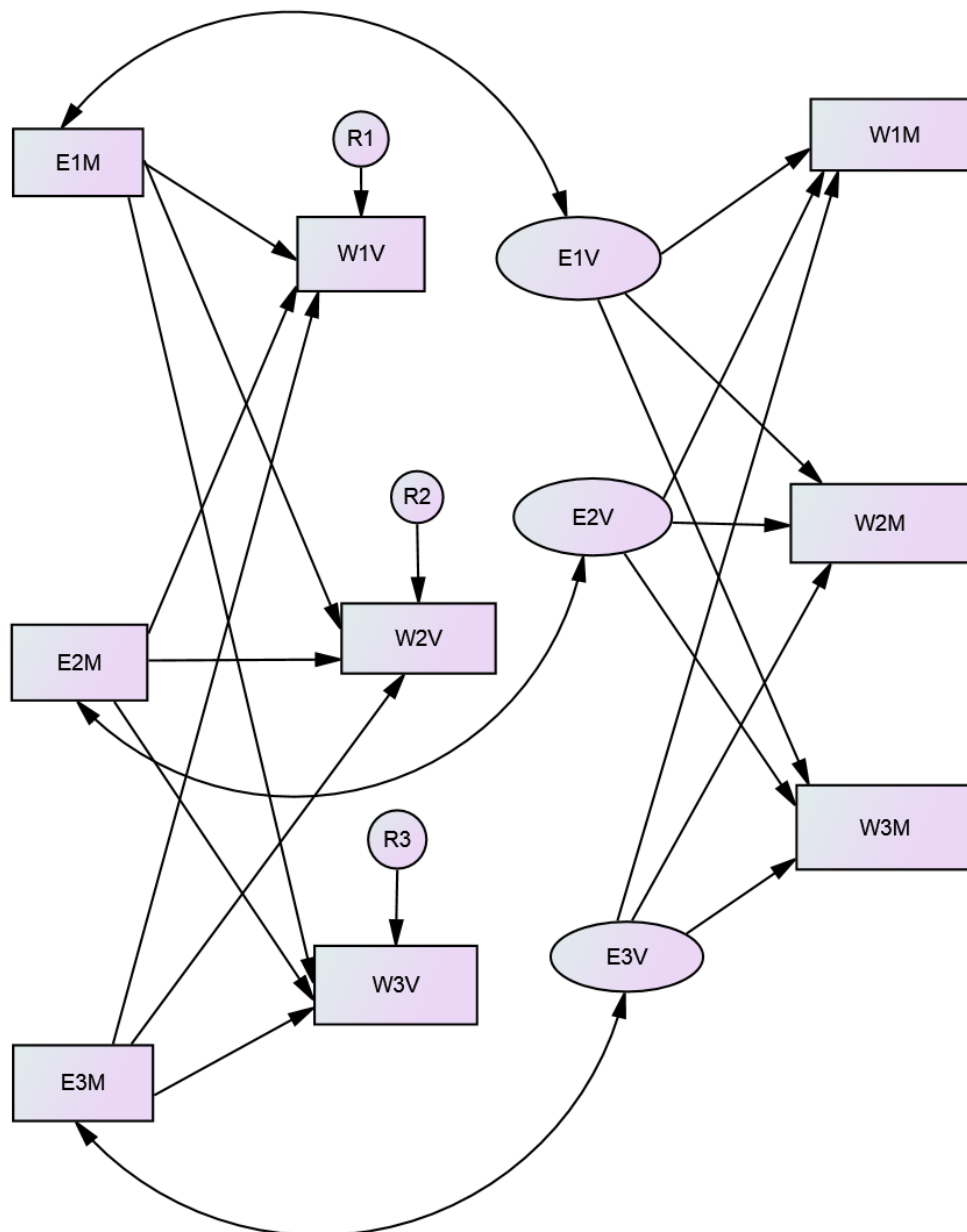
Jedním z nich je program Amos. Ten je založen na pojmu SEM (Structural Equation Modeling), který také ospravedlňuje systém vah, použitý namísto MKP modelu. V přístupu pomocí SEM a tím i v programu Amos, je zásadní grafické zobrazení vzájemných vztahů mezi proměnnými. Na jedné straně jsou to pozorované (měřené) proměnné, graficky znázorněné obdélníky, na druhé straně syntetické (latentní, nepozorované), proměnné znázorněné ovály. Parametry rozdělení nepozorovaných proměnných jsou jedním z výsledků analýzy. Ve zde prezentovaném případě se jedná o výsledné moduly pružnosti v segmentech, které povedou k měřeným průhybům. V řešené úloze je systém vah, určený z citlivostní analýzy mezi měřenými moduly pružnosti a z nich vypočtenými průhyby, známý. Tento parametr je však v jiných typech úloh možné ponechat nedefinovaný a počítat jej. Program Amos umožňuje také výpočet kovariancí mezi vypočtenými a měřenými soubory modulů pružnosti. Proto byla prozkoumána možnost, alternativně využít tohoto programu. Nejprve byla řešena úloha proporcionálně mnohem menší, než je ve zde předkládané studii, to je se třemi segmenty a třemi zatěžovacími stavy. Průhyb je sledován pouze uprostřed rozpětí, jak ukazuje obrázek 2.2.2.3.7.



Obr. 2.2.2.3.7: Schéma proporcionálně menší úlohy, než jsou řešené nosníky pro ilustraci a identifikaci modelu v programu Amos.

Na schématu zjednodušeného modelu z programu Amos, uvedeného na obrázku 2.2.2.3.8 je vidět 24 spojnic, které je nutné brát v úvahu, tři soubory reziduí ( $R1, R2, R3$ ), devět známých, měřených proměnných v obdélnících ( $E1M, E2M, E3M, W1V, W2V, W3V, W1M, W2M, W3M$ ) a tři hledané soubory updatovaných modulů pružnosti  $E1V, E2V$  a  $E3V$ . Výsledné, hledané soubory modulů pružnosti jsou v oválech. Výsledkem z programu Amos jsou parametry, těchto normálně rozdělených souborů, to je  $\mu_{E1V}$ ,

$\mu_{E2V}$ ,  $\mu_{E3V}$ ,  $\sigma_{E1V}$ ,  $\sigma_{E2V}$ ,  $\sigma_{E3V}$ . Model tohoto rozsahu lze ještě v programu Amos řešit, a to jak pomocí MLE, tak i pomocí Bayesovské analýzy.



Obr. 2.2.2.3.8: Schéma proporcionálně menší úlohy, než jsou řešené nosníky, model v programu Amos.

Zároveň lze také využít hlavní výhody SEM, a to přehlednosti a názornosti. Velkým přínosem je i využití v programu vestavěné kontroly k vytvoření identifikovaného modelu, to je modelu s vhodným počtem stupňů volnosti. Bohužel není možné program využít k řešení skutečných nosníků, a to vzhledem k rozsahu úlohy, která však nemohla být redukována. Pro ilustraci je možné uvést orientační počty spojníc mezi proměnnými, kterých by i pro

nejmenší řešenou reálnou úlohu bylo téměř 2000. Kromě zcela nepřijatelných výpočetních nároků vymizí, při použití 2000 spojení, přehlednost grafického schématu. Program Amos je tedy vhodný pouze pro identifikaci modelu.

Naproti tomu, řešení, naprogramované v programu Jags, jehož výsledky jsou uvedeny v podkapitole 4.2.2, je založeno na co nejdokonalejším využití všech naměřených dat ve shodě s jejich fyzikálním významem. Jakékoli zjednodušení jde zcela proti smyslu úlohy. Práce s méně segmenty a méně zatěžovacími stupni, než máme reálně k dispozici, nevede k žádnému upřesnění souborů lokálních modulů pružnosti.

## **2.3 Poškození nosníků z lepeného lamelového dřeva**

Podkapitola o poškození nosníků z lepeného lamelového dřeva se omezuje na výpočet reálné únosnosti nosníku v závislosti na rozmístění zubovitých spojů v nejnamáhanějších oblastech. 3D MKP modely poškození nosníků jsou tématem, které bude rozebráno v samostatné práci. Podstatné upřesnění vstupů do MKP modelů poškození je možné očekávat od použití experimentální metody DIC s vysokorychlostními kamerami a mnohem výkonnější výpočetní technikou, než je v tomto okamžiku k dispozici.

Důkaz o tom, že zubovité spoje umístěné ve spodních dvou lamelách, mezi břemeny, při čtyřbodovém ohybu jsou nejslabším místem každého nosníku, poskytuje experimentální studie této práce (podkapitoly 3.4.2 a 3.5). Stanovení reálné únosnosti nosníku nám umožní lépe využít rezervy v únosnosti a odhadnout, při jakém zatížení můžeme skutečně očekávat jeho kolaps. Dřevo tak bude využito hospodárněji. Praktické uplatnění této znalosti je například ve vhodném rozmístění dodaných nosníků z lepeného lamelového dřeva po konstrukci, a to přímo na místě stavby, protože dřevo má oproti ostatním stavebním materiálům tu výhodu, že lze obvykle na první pohled lokalizovat pravděpodobné místo poškození.

### **2.3.1 Využití experimentální metody DIC pro analýzu poškození nosníků z lepeného lamelového dřeva**

Souběžně s experimenty prezentovanými v této práci byly některé nosníky zkoumány také pomocí DIC (Digital Image Correlation). Metoda je zde stručně popsána pro úplnost, protože se s technickým rozvojem předpokládá její zásadní přínos právě v oblasti poškození nosníků z lepeného lamelového dřeva. Je proto vhodné v kontextu této podkapitoly definovat stávající a očekávané výstupy.

Dva nosníky ze třetí série byly v průběhu celé čtyřbodové ohybové zatěžovací zkoušky snímkovány třemi synchronizovanými fotoaparáty, a to s frekvencí 10 snímků za minutu. Dva z nich byly na stativěch umístěny z přední strany a jeden ze zadní strany nosníku. Oba snímané boční povrchy byly upraveny nanesením barvy, vyznačující se vysokým obsahem kontrastních teček. Vyhodnocovací software, který úlohu na velmi výkonném počítači zpracovával desítky hodin, v principu srovnává změny vzájemných vzdáleností miliónů těchto teček ve dvou po sobě následujících snímcích, respektive vůči referenčnímu snímku. Po vyhodnocení, ve kterém hraje roli například skutečná geometrie konstrukce a rozmístění fotoaparátů, získáme obraz, u kterého můžeme v libovolném časovém okamžiku určit vzájemnou vzdálenost dvou libovolných bodů, to je také její změnu v čase. Pro nastavení nulového času začátku zatěžování v DIC bylo použito vyhodnocení průhybů středu nosníku měřených v DIC a souběžně měřených snímačem posunutí. Ten byl součástí měřicí linky a tudíž s časem a velikostí působícího zatížení dokonale synchronizován.

Stávající vyhodnocení DIC umožňuje relativně přesně zmapovat posunutí a poměrná přetvoření, a to pro libovolný bod nosníku a libovolný časový okamžik, u kterého je však třeba mít na paměti, že snímky byly pořizovány s intervalem šest sekund.

Pro vyhodnocení zkoušky se lze zaměřit na libovolnou lokalitu konstrukce, oproti klasickému vyhodnocování snímačů, jejichž umístění je pevné. Zároveň je nutné znát velikost oblasti, ze které jsou výsledky průměrovány. Ta byla v našem případě v řádu několika (přibližně pěti) centimetrů. Proto není možné ze stávajících experimentů vyhodnocovat detaily malých oblastí, které jsou pro pokročilé modelování poškození nosníků z lepeného lamelového dřeva klíčové. V budoucnosti je vhodné se zaměřit hlavně na dvě oblasti, které s použitou technikou zkoumat nelze. V první řadě nebylo tedy možné prokázat, že v lepených podélných spárách skutečně nedochází v průběhu zatěžování k prokluzům, čemuž nasvědčuje



způsob poškození všech nosníků. Kromě toho se nelze nic dozvědět o mechanismu poškozování ve spojích, případně přes suky, neboť jsou tyto lokality příliš malé a zaznamenávání příliš pomalé.

Stávající přístrojové vybavení tedy umožňuje odhalit zásadní princip fungování konstrukce jako celku. U nosníků z lepeného lamelového dřeva při čtyřbodovém ohybu bylo vyhodnocení provedených experimentů v souladu s očekáváním. Pro zásadní přínos metody DIC na odhalení mechanismu poškozování je třeba použít místo fotoaparátů kamery, detailně zaměřené na lokality konstrukce, kde je očekáváno první poškození, to je na zubovité spoje krajní tažené lamely.

### 2.3.2 Kritéria poškozování nosníků z lepeného lamelového dřeva

V řadě publikovaných prací jsou poškozování dřevěných nosníků řešena, a to zejména v různých detailech, jako je šíření trhliny v případě nosníku s vrubem v oblasti podpory, který je namáhán ohybem [2.3.2.1].

Běžně jsou pro dřevo používány dva módy poškození. Třetím módem je potom jejich kombinace. Velmi stručný popis je zde uveden pouze pro úplnost, protože nosníky z lepeného lamelového dřeva tímto způsobem běžně neselhávají. Pokud dojde k selhání nosníků z lepeného lamelového dřeva ve dřevě a nikoli ve spoji na taženém povrchu, je to při zatížení, vysoce převyšující deklarovanou únosnost prvku.

Mód I pracuje s průměrným normálovým napětím. Základním předpokladem je lineární elastické chování a existence ostré trhliny. Obvykle se používá ve 2D, neboť přechod do 3D je značně komplikovaný. Přístup bere v úvahu rozdělení napětí v blízkosti čela trhliny. Můžeme definovat průměrné napětí  $\sigma_{mean}$  podél konečné délky trhliny  $x_0$ . Při kritériu selhání kdy  $\sigma_{mean} = f_t$ , kde  $f_t$  je tahová pevnost materiálu a  $K_{I,c}$  lomová houževnatost materiálu platí po úpravách:

$$x_0 = \frac{2K_{I,c}^2}{\pi f_t^2} \quad (2.3.2.1)$$

Pro mód poškození II platí, že se jedná o poškození smykem. Je zde používáno průměrné smykové napětí  $\tau_{mean}$ , smyková pevnost  $f_v$  a  $K_{II,c}$ . Smíšený mód potom zachází s podíly  $K_{II,c}/K_{I,c}$ , respektive  $f_v/f_t$ .

Pro účely poškozování nosníku z lepeného lamelového dřeva zkoumané v této práci však není jejich bližší rozbor nutný, neboť je pro ně nejnebezpečnější zde nepopsaný mechanismus poškození, a to v taženém spoji.

Modelováním selhání taženého spoje u lepeného lamelového dřeva se podrobně zabývá [2.3.2.2]. Zde je spoj modelován pomocí řady paralelních nelineárních pružinových prvků s nulovou počáteční délkou. Vzhledem k nulové počáteční délce je prodloužení takové pružiny asociováno s tvorbou trhliny a představuje lokální dodatečnou deformaci vznikající v důsledku přítomnosti spoje. Byly simulovány různé tloušťky lamin i nosníků. Uváděné pevnosti spojů od 48 MPa jsou však mnohem vyšší, než jsou napětí prezentovaná v této práci, kdy byl nejpevnější ze spojů na taženém okraji poškozen při normálovém napětí 44 MPa. Proto by bylo možné na tuto studii navázat, ale pro validaci modelu použít experimenty prezentované v předkládané práci. Na druhou stranu článek [2.3.2.2] uvádí,

že lze mimo spoje pro jednoduchost pracovat s lineárně elastickým izotropním materiálem. Dále se také odvolává na předcházející práce, které používají kritérium selhání tak, že napětí ve středu vnější tažené lamely koresponduje s tahovou pevností lamely, definované jako průměrné napětí v okamžiku poškození v průběhu jednoosé tahové zkoušky. Proto lze postup určení napětí v místě spoje při poškození nosníku z MKP modelu, zahrnujícího updatované soubory modulů pružnosti, stejně jako použití tahové pevnosti dřeva pro zjištění pevností krajních lamel, považovat za korektní. Cílem je tedy sestavit co nejjednodušší model, který by zohledňoval výsledky provedených experimentů a opíral se o poznatky uvedené v odborné literatuře. Tou je nepochybně také EN 1194.

V EN 1194 je použit velmi zjednodušený výpočet pevností lepeného lamelového dřeva a jeho spojů. Klíčová je pro něj tahová pevnost vnější tažené lamely  $f_{t,0,l,k}$ . Předpokladem je, že tahová pevnost vnitřních lamel v rozsahu vnitřních 2/3 výšky průřezu není nižší, než 75% tahové pevnosti krajní lamely. Ohybová pevnost nosníku z lepeného lamelového dřeva je

$$f_{m,k} = 7 + 1,15 * f_{t,0,l,k}. \quad (2.3.2.2)$$

Tahová pevnost nosníku z lepeného lamelového dřeva je potom

$$f_{t,0,k} = 5 + 0,8 * f_{t,0,l,k}, \quad (2.3.2.3)$$

a to za předpokladu, že jsou všechny hodnoty dosazovány v MPa. Pro spoje je požadovaná vyšší tahová pevnost, než je tahová pevnost krajní lamely, a to o 5 MPa, takže

$$f_{t,fj,k} \geq f_{t,0,l,k} + 5. \quad (2.3.2.4)$$

Požadované navýšení pevnosti má zabránit křehkému porušení ve spoji. Jak je uvedeno dále, bylo ve shodě s dalšími pracemi v této práci prokázáno, že při čtyřbodovém ohybu nosníku z lepeného lamelového dřeva dojde k poškození spoje při mnohem nižších napětích, než je tahová pevnost krajní lamely, proto jde tento normový požadavek proti výsledkům provedených experimentů, ze kterých vychází, že reálná tahová pevnost spoje je přibližně poloviční, než tahová pevnost dřeva lamely. Spoje i přesto vyhoví, i když některé jen velmi těsně, jen z toho důvodu, že je namísto reálné tahové pevnosti lamely proveden výpočet s jejím pětiprocentním kvantilem. Na tomto místě by bylo tedy vhodnější provést přesnější výpočet, založený na reálných, v této práci zjištěných, pevnostech spojů nosníků z lepeného lamelového dřeva.

V části 4.3 jsou určena a statisticky vyhodnocena napětí v místech spojů, která vedla ke kolapsu konstrukce, a to u třinácti nosníků první série a u třech nosníků druhé série. Statistické parametry pevností reálných zubovitých spojů, v této práci vyhodnocených by mohly výrazně upřesnit

známý Karlsruhe model, popsáný například v [2.3.2.3]. Ten používá dělení nosníků z lepeného lamelového dřeva do buněk, odpovídajících 150 mm dlouhým částem lamely. Předpokládá se, že buňka obsahuje dřevo, nebo spoj. Model je založen na dvou souběžně použitých výpočetních programech. Jeden z nich simuluje vrstvy nosníku z lepeného lamelového dřeva a druhý provádí MKP výpočet. Simulace vrstev znamená určování pozic zubovitých spojů samplováním ze statistické distribuce, určené měřením a přiřazuje materiálové vlastnosti každé buňce v lamině. Zde hraje klíčovou roli hustota dřeva a poměr plochy suků (KAR). Ty se pak použijí pro výpočet tuhosti (modulu pružnosti). Kromě (KAR) by do modelu mohly namísto hustot vstupovat v předcházející kapitole updatované moduly pružnosti.

V Karlsruhe modelu jsou použita čtyři různá kritéria selhání nosníku. V první řadě jde o selhání spoje ve vnější tažené lamele. Druhým kritériem je selhání dvou sousedních prvků při stejné úrovni napětí. To simuluje křehké porušení tahem. Třetím kritériem je tahové selhání prvku ležícího v předdefinovaném okolí dříve selhávajícího prvku. To simuluje poruchu smykem, i když model smykovou pevnost dřeva, jako parametr, neobsahuje. Poslední, čtvrté kritérium nastane při nesplnění žádného ze třech předcházejících tehdy, když je tahem poškozen pátý prvek.

V práci [2.3.2.3] bylo odvozeno, že pokud jsou lamely silnější než 12 mm, vede poškození spoje vnější lamely vždy k selhání nosníku. U lepeného lamelového dřeva je běžná tloušťka lamel vyšší vždy. U nosníků prezentovaných v této práci je to 40 mm. V práci [2.3.2.3] byly zkoumány vyšší nosníky z lepeného lamelového dřeva, a to o výšce 600 mm a délce 7,5 metru, oproti zde zkoumaným nosníkům o výšce 320 mm a délce 4,5 metru s tím výsledkem, že roztržením spoje v krajní tažené lamele selhalo 60% zkoumaných nosníků. Jak je vidět v podkapitole 4.3 v této práci, výsledky se shodují, neboť zde to bylo 16 ze 24 nosníků, to je 66 procent. Proto lze konstatovat, že i nosníky námi zkoumaných dimenzí jsou pro modelování selhávání nosníků z lepeného lamelového dřeva vhodné.

Pro použití v EN 1194 je Karlsruhe model příliš složitý, proto byl vybrán jednodušší model, kdy pevnost závisí výlučně na tahové pevnosti vnější laminy a průměrném modulu pružnosti ve směru vláken. Požadovaná nadprůměrná únosnost spojů vnějších lamin by měla být zárukou, že nedojde ke křehkému porušení ve spoji.

V této práci jsou z Bayesovského updatingu přesně známé moduly pružnosti dřeva v jednotlivých segmentech. Informace o nich by tedy mohla být brána za základ pro co nejjednodušší a co nejvěrohodnější stanovení

tahových pevností spojů. Tahová pevnost spoje bude závislá na skutečné tahové pevnosti obou spojovaných segmentů příslušné lamely. Pevnost je stejně jako modul pružnosti funkcí hustoty dřeva.

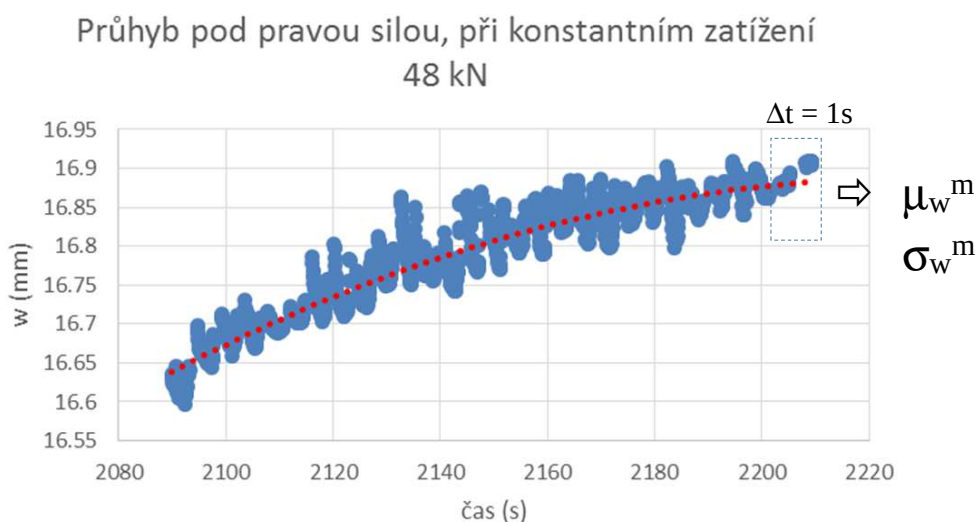
Druhým a ukazuje se, že rozhodujícím parametrem je pevnost použitého lepidla, které prokazatelně nevykazuje o 5MPa vyšší pevnost, než je pevnost dřeva. Naopak je pouze určitým jejím zlomkem. Proto je v části 4.3.2 představena funkce hustoty pravděpodobnosti napětí ve spojích, při jejich poškození. Počet šestnácti nosníků je pro závazné kritérium sice nedostatečný, ale přesto dává určitou představu o vztahu reálné pevnosti spojů v krajní tažené lamelě a odvozeném pětiprocentním kvantilu tahových pevností dřeva lamel. Ty jsou vypočteny z normových hodnot interpolací, za použití skutečných updatovaných hodnot modulů pružnosti ve spojovaných segmentech. Updatované moduly pružnosti (respektive interpolované tahové pevnosti dřeva) nejsou s napětími ve spojích navzájem korelované.

Detaily poškozených spojů ukázaly zpravidla pouze jejich rozlepení, bez poškození dřeva. Výstupem z určení pevnosti spojů je zmiňovaná funkce hustoty pravděpodobnosti napětí ve spojích v okamžiku jejich poškození, případně statistické parametry tohoto souboru. Obrázek i hodnoty jsou uvedeny v části 4.3.2. Tato funkce, případně doplněná o další provedené experimenty by mohla být použita jako funkce věrohodnosti pro případný další výzkum poškozování spojů podobných nosníků z lepeného lamelového dřeva.

Mohou být také definována náhodná pole několika materiálových parametrů. Jsou to updatované moduly pružnosti ve směru vláken, případně ostatní proporcionálně určené materiálové parametry (viz. podkapitola 2.5). Bylo by možné využít také číslo KAR vyjadřující podíl suků na plochu segmentu. Aby mohla být věrohodně experimentálně zjištěna náhodná pole posunutí a poměrných přetvoření, je třeba použít metodu DIC, popsanou v podkapitole 2.3.1, ale v plánované formě, kdy budou namísto fotoaparátů použity vysokorychlostní kamery. Výsledkem by byla věrohodnější napětí, která mohou být následně konfrontována s pevnostmi kritických lokalit konstrukce, a to zejména spojů v krajní tažené lamelě.

## 2.4 Nárůst průhybů v jednotlivých zatěžovacích stupních při konstantním zatížení

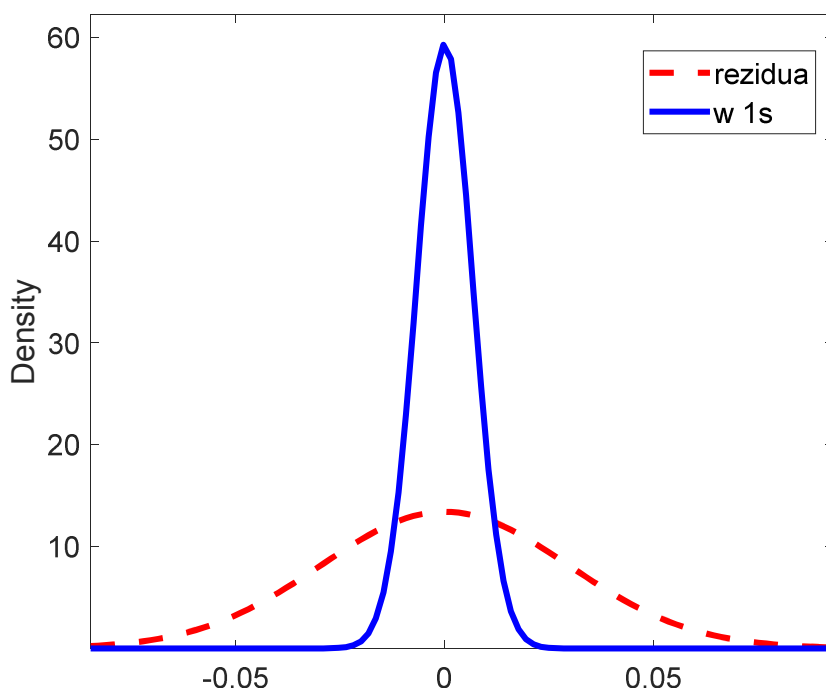
Motivace detailního rozboru měřených průhybů v intervalech 120 sekund, kdy bylo zatížení konstantní, je nutnost vytvořit z nich funkci věrohodnosti v Bayesovském updatingu modulů pružnosti, představeném v podkapitole 2.2. Výsledky pro jeden nosník jsou ukázány v podkapitole 4.4. Na obrázku 2.4.1 jsou ilustrovány průhyby pro jeden zatěžovací stupeň a jedno ze třech míst na nosníku, kde byly průhyby měřeny.



Obr. 2.4.1: Ilustrace získání střední hodnoty a směrodatné odchylky měřeného průhybu pro jeden zatěžovací stupeň.

Je z něj patrné, že v datech snímaných s frekvencí 20 Hz je vždy trend, naznačující nárůst průhybů při konstantním zatížení. Nebylo by tedy vhodné vytvářet funkci hustoty pravděpodobnosti ze všech dat celého zatěžovacího stupně. Lepším řešením by bylo proložit daty, metodou nejmenších čtverců, vhodnou křivku a směrodatnou odchylku souboru měřených průhybů zjistit pouze z reziduí. Výsledky jsou pro různé použité křivky velmi podobné, proto zcela postačuje polynom druhého stupně. V tomto případě vychází směrodatná odchylka normálně rozdělených reziduí řádově 10x menší, než pokud bychom uvažovali všechna data celého zatěžovacího stupně. Vliv na výsledky Bayesovské analýzy je zcela zásadní, protože rozhoduje o akceptaci vygenerovaných vzorků a o přesnosti řešení, jak je také ilustrováno obrázky v podkapitole 2.2.2.3. Vzhledem k tomu, že v některých zatěžovacích stupních byla i data okolo proložené křivky více rozkolísaná než v jiných, což může být dáno i různě přesným udržením

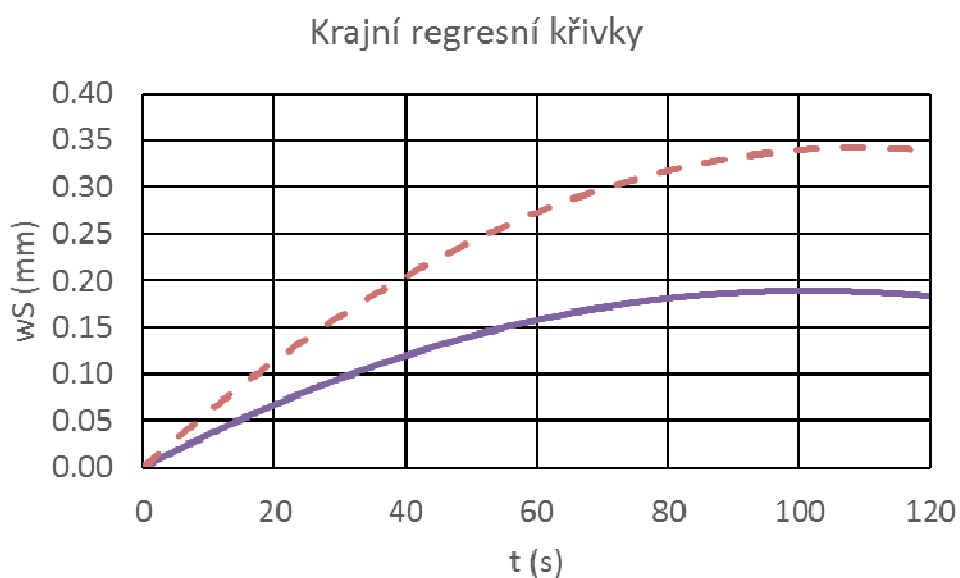
konstantního zatížení (obr. 3.4.1.3 - 3.4.1.5), byla situace vyřešena uvažováním souboru, vytvořeného pouze průhyby z poslední sekundy daného zatěžovacího stupně. Zde byly průhyby již ustálené a směrodatná odchylka vycházela pro většinu souborů ještě 10x menší, než v případě celého souboru reziduí (obr. 2.4.2).



*Obr. 2.4.2: Srovnání funkcí hustoty pravděpodobnosti reziduí a dat z poslední sekundy zatěžovacího stupně.*

Druhým výsledkem představeného postupu je možnost srovnání regresních křivek pro průhyby na stejném místě, ale v různých zatěžovacích stavech a odhalit tak případné anomálie. Pokud vztáhneme všechny regresní křivky, v jednom měřeném místě, ke stejnému počátku a vykreslíme pouze obě krajní, získáme prostor ostatních neuspořádaných regresních křivek (obr. 2.4.3). Nebylo prokázáno, že velikost nárůstu průhybu při konstantním zatížení oproti okamžitému průhybu stoupá se zvyšujícím se zatížením. Proto byla konstrukce funkcí věrohodnosti z dat měřených průhybů na příslušném místě v poslední sekundě každého zatěžovacího stupně zvolena jako nejkorektnější možné řešení. Ospravedlňuje také volbu zatěžovacího schématu. Pokud by nebyly vytvořeny zatěžovací stupně a zatěžování by probíhalo kontinuálně, získali bychom namísto souboru průhybů pouze jednu hodnotu, odpovídající danému zatížení, z níž by nebylo možné funkci

věrohodnosti sestavit. Druhou otázkou je vhodná délka zatěžovacího stupně. Zde se ukázalo, že 120 sekund plně dostačuje k ustálení průhybu.



*Obr. 2.4.3: Rozsah regresních křivek uprostřed rozpětí pro nosník 5 ze druhé série, minimum je zde pro zatížení 16 kN, maximum pro 56 kN.*



## 2.5 Modelování ortotropního chování dřeva s použitím naměřených lokálních modulů pružnosti

Dřevo je obecně anizotropní materiál. Většinou bývá popisován jako ortotropní se směrem podélným, radiálním a transversálním. V odborné literatuře panuje poměrně dobrá shoda pouze pro případ modulu pružnosti dřeva ve směru vláken. Různé zdroje však uvádějí velmi široké spektrum ostatních materiálových parametrů, přičemž nebývá možné zjistit, jak byly tyto parametry stanoveny. Každá odborná práce, která se zabývá modelováním dřevěných konstrukcí a využívá více, než jeden materiálový parametr se s tímto úkolem vypořádává samostatně, což dokládá, že vytvořit vhodný materiálový model je velmi aktuálním problémem.

Pro tuto práci je podstatné, že jsou zkoumány nosníky z lepeného lamelového dřeva, s perspektivou zobecnění výsledků na extrémní ohýbané konstrukce z lepeného lamelového dřeva. Tomu jsou přizpůsobeny i materiálové parametry, na které bude kladen hlavní důraz.

| Typ       |   | $E_L$<br>MPa | $E_R$<br>MPa | $E_T$<br>MPa | $G_{LR}$<br>MPa | $G_{LT}$<br>MPa | $G_{RT}$<br>MPa |
|-----------|---|--------------|--------------|--------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| C14       | 1 | 7000         | 230          | 230          | 440             | 440             | -               |
| C18       | 1 | 9000         | 300          | 300          | 560             | 560             | -               |
| C24       | 1 | 11000        | 370          | 370          | 690             | 690             | -               |
| C30       | 1 | 12000        | 400          | 400          | 750             | 750             | -               |
| C40       | 1 | 14000        | 470          | 470          | 880             | 880             | -               |
| Engelmann | 2 | 10300        | 690          | 410          | 620             | 620             | 50              |
| Engelmann | 3 | 6887         | 762          | 374          | 645             | 625             | 54              |
| Engelmann | 3 | 6322         | 780          | 361          | 854             | 788             | 71              |
| Engelmann | 3 | 6046         | 1301         | 350          | 962             | 873             | 76              |
| Engelmann | 3 | 5605         | 351          | 378          | 618             | 705             | 55              |
| Engelmann | 4 | 9790         | 1253         | 578          | 1213            | 1175            | 98              |
| Engelmann | 3 | 10438        | 700          | 386          | 610             | 590             | 51              |
| Černý     | 3 | 11527        | 830          | 494          | 699             | 663             | 66              |
| Rubens    | 3 | 11506        | 830          | 494          | 699             | 663             | 66              |
| Sitka     | 3 | 11823        | 830          | 494          | 699             | 663             | 66              |
| Sitka     | 5 | 11600        | 900          | 500          | 750             | 720             | 39              |
| Sitka     | 4 | 10890        | 849          | 468          | 697             | 664             | 33              |
| Sitka     | 3 | 10748        | 649          | 348          | 533             | 438             | 41              |
| Sivý      | 3 | 10162        | 830          | 494          | 699             | 663             | 66              |
| Smrk      | 6 | 15919        | 686          | 392          | 617             | 760             | 36              |
| Smrk      | 6 | 16706        | 810          | 633          | 624             | 853             | 35              |

|          |   |       |     |     |     |     |    |
|----------|---|-------|-----|-----|-----|-----|----|
| Smrk     | 7 | 16600 | 850 | 690 | 630 | 840 | 37 |
| Smrk     | 7 | 9900  | 730 | 410 | 496 | 607 | 21 |
| Smrk     | 7 | 10700 | 710 | 430 | 500 | 620 | 23 |
| Norský   | 7 | 10900 | 640 | 420 | 580 | 590 | 26 |
| Stříbrný | 8 | 13500 | 890 | 480 | 717 | 496 | 34 |
| Smrk     | 9 | 15900 | 690 | 390 | 620 | 770 | 36 |
| Průměr   |   | 10991 | 716 | 435 | 682 | 693 | 49 |

*Tab. 2.5.1: Materiálové charakteristiky smrkového dřeva z literatury [2.5.1], kde zdroj 1 značí norskou podobu EN, to je NS 3470 (1999), zdroje 2 a 3 jsou Goodman a Boding 1970, respektive 1973, 4- Forest Product Laboratory (1999), 5-Doyle (1945), 6-Kollmann a Cote (1968), 7-Carrington (1923), 8-Jenkin (1920) a 9-Stamer (1935).*

Rešerše z literatury jsou pochopitelně jedním z nutných zdrojů, je však třeba přistupovat k nim s určitou opatrností. Výstupem jejich srovnání budou vzájemné poměry některých materiálových parametrů, respektive intervaly, ve kterých se tyto parametry mohou pohybovat. Druhým vstupem do návrhu materiálových charakteristik ohýbaných konstrukcí z lepeného lamelového dřeva jsou soubory tisíců naměřených lokálních modulů pružnosti ve směru vláken (viz. podkapitola 3.2).

Tabulka 2.5.1 dokládá, jak rozdílné moduly pružnosti v transversálním a radiálním směru a moduly pružnosti ve smyku smrkového dřeva literatura uvádí. Jde o výběr sledovaných parametrů různých druhů smrku publikovaných v letech 1920 – 1999 ze srovnávací studie [2.5.1] norského autora.

|                             | Třída | $E_0$ (MPa) | $E_{90}$ (MPa) | G (MPa) |
|-----------------------------|-------|-------------|----------------|---------|
| Rostlé<br>dřevo             | C 30  | 12000       | 400            | 750     |
|                             | C 24  | 11000       | 370            | 690     |
|                             | C 16  | 8000        | 270            | 500     |
| Lepené<br>lamelové<br>dřevo | GL 20 | 10000       | -              | -       |
|                             | GL 24 | 11000       | -              | -       |
|                             | GL 28 | 12000       | -              | -       |
|                             | GL 32 | 13500       | -              | -       |
|                             | GL 36 | 14500       | -              | -       |

*Tab. 2.5.2: Materiálové parametry rostlého a lepeného lamelového dřeva dle ČSN EN 338.  $E_0$  odpovídá modulu pružnosti ve směru vláken,  $E_{90}$  je modul pružnosti kolmo na vlákna.*

Naproti tomu v našich podmínkách nejrelevantnější zdroj ČSN EN 338 [2.5.2], který předpokládá použití smrkového dřeva ze střední Evropy, uvádí pouze několik parametrů pro rostlé dřevo a lepené lamelové dřevo, a to podle tříd pevnosti. V další práci budou proto použity prioritně parametry z ČSN (sumarizované v tabulce 2.5.2), které budou doplněny potřebnými veličinami z tabulky 2.5.1.

Protože budeme dále pracováno s poměry velikostí modulů pružnosti v obou příčných směrech vůči modulu pružnosti dřeva ve směru vláken, je třeba připomenout, že je to velmi přibližně jedna dvacetina. Totéž platí i pro modul pružnosti ve smyku. Při takovémto poměru je otázka s jakou přesností má smysl tyto veličiny uvádět. Kromě toho stojí za pozornost jejich velká variabilita v závislosti na zdroji. Roli by mohly hrát například různé testy, které byly k jejich stanovení použity a v literatuře bohužel nejsou popsány. Při těchto testech je třeba se vypořádat s množstvím překážek, z nichž ty největší zde budou zmíněny. Prvním problémem je rozměrový efekt. U malých vzorků lze ve větší míře kontrolovat směr namáhání vůči ose vláken a letokruhům. Tyto vzorky však obvykle neobsahují různé vady dřeva, suky a podobně, které mohou výsledné parametry velmi ovlivnit. Kromě toho, jak je potvrzeno na měřeních lokálních modulů pružnosti ve směru vláken, nelze zanedbat velký rozptyl sledovaných vlastností v rámci jedné celistvé části dřeva. U velkých prvků hraje také roli směr letokruhů, vůči povrchu prvku a tvaru konstrukce, který směr namáhání určuje a pochopitelně i lokální hustota letokruhů. Aby byly výsledky jakýchkoliv testů relevantní, musí jich být proveden dostatečný počet, což je snáze představitelné u malých vzorků, než u prvků konstrukčních rozměrů. U malých vzorků je třeba zajistit, aby byly všechny totožné, což je právě u dřeva problematické. Příkladem mohou být tahové zkoušky tenkých vzorků smrkového dřeva, které byly řešeny v navazující studentské diplomové práci. Pro vzorky rozměrů 0,8x11x100 mm vyšel modul pružnosti smrkového dřeva ve směru vláken v průměru přibližně 9,06 (GPa), což je na spodní hranici této normové hodnoty, pohybující se mezi 8 a 30 (GPa). U malých vzorků, kdy bylo hlavním smyslem co nejdokonaleji zajistit, aby osa vzorku a směr vláken byly totožné a experiment bylo možné velmi dobře kontrolovat je tento výsledek překvapující.

Z výše popsaných důvodů jsou zde uvedeny dva postupy, které stanovují potřebné materiálové parametry smrkového dřeva v řešených konstrukcích z lepeného lamelového dřeva. Oba jsou založeny na provedených měřeních lokálních modulů pružnosti ve směru vláken.

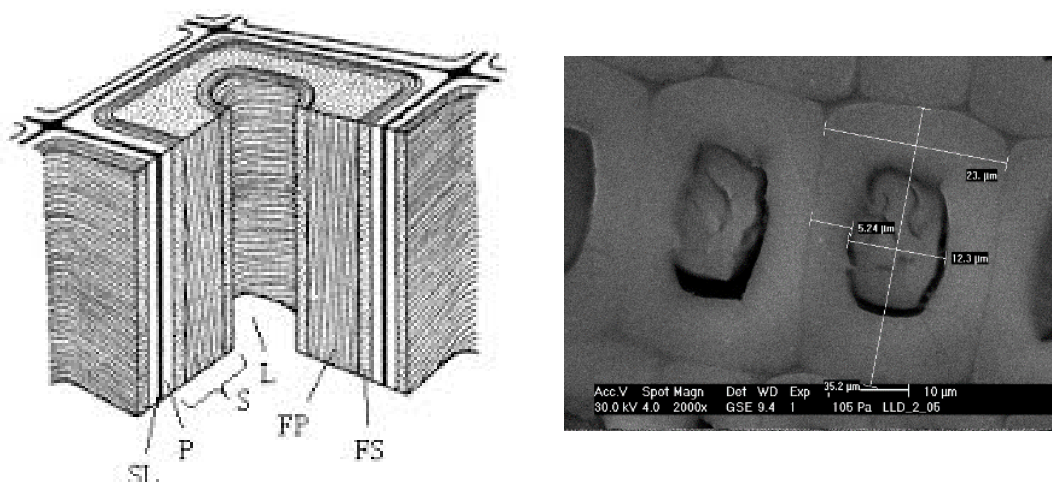
Pokud je požadován materiálový model se třemi parametry, to je modul pružnosti dřeva ve směru vláken, modul pružnosti dřeva kolmo na vlákna a modul pružnosti dřeva ve smyku, lze použít poměru mezi nimi z tabulek 2.5.1 a 2.5.2. Z tabulky 2.5.1 jsou stanoveny širší hranice poměru mezi modulem pružnosti kolmo na vlákna, do kterého jsou započteny obě hodnoty  $E_R$  i  $E_T$  a modulem pružnosti ve směru vláken. Nejmenší číslo vychází pro hodnoty smrku prezentované Stamerem v roce 1935, a to 0,0245. Naopak nejvyšší je tento poměr pro Engelmannův smrk, a to až o jeden řád. Tento druh smrku se však v našich podmínkách používá pouze jako okrasný. Proto není vhodné tuto hodnotu jako horní limit uvažovat. To platí i pro několik dalších druhů. Proto je jako horní hranice uvažována hodnota 0,078 smrku Sitka (zdroj 4), který je rozšířen v severní Evropě. Stejná veličina v tabulce 2.5.2 je v rozmezí 0,033 až 0,034, což odpovídá i hodnotám norské verze evropské normy. Podobná situace je i v případě modulu pružnosti ve smyku. Pro naše potřeby nebudeme rozlišovat, mezi  $G_{LR}$  a  $G_{LT}$ . Limity poměrů  $G/E_L$  jsou 0,037 a 0,069. Evropské normy počítají s hodnotou 0,063.

Po stanovení nutných vstupů pro vytvoření materiálového modelu a jejich limitů můžeme přistoupit k jeho realizaci, a to dvěma způsoby. První možností je využití analytické homogenizace [2.5.3]. Zde je použito poznatků publikovaných v [2.5.4]. Druhou možností je k souboru měřených lokálních modulů pružnosti ve směru vláken vygenerovat oba zbývající materiálové parametry, a to v nastavených limitech.

## 2.5.1 Využití analytické homogenizace

Pro třístupňovou homogenizaci, jejímž smyslem je získat makroskopické vlastnosti dřeva, je třeba využít nejen zde popsané experimenty na makroúrovni, to je výsledky z Pilodynů (podkapitoly 3.1 a 3.2), ale i poznatky o struktuře smrkového dřeva na mikroúrovni. Výhoda postupu od mikroúrovně je ta, že se na ní veškeré zdroje shodují. Podrobnější popis analytické homogenizace, jehož postup je zde stručně shrnut, je uveden v [2.5.3].

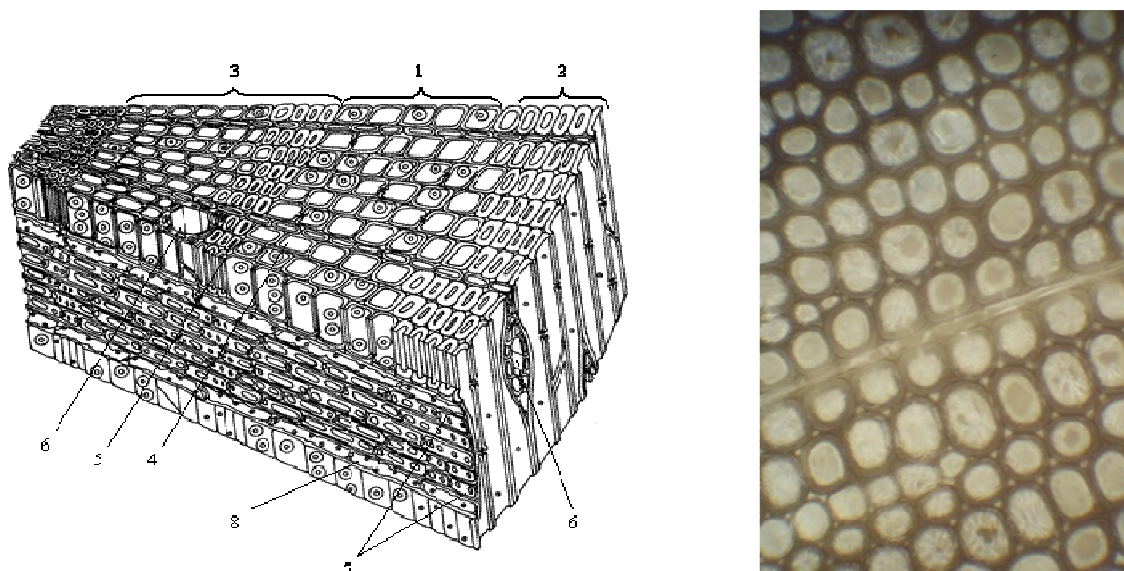
Nejnižší modelovanou strukturou je pro nás buněčná stěna. Její složení je patrné z nákresu na obrázku 2.5.1.1a, který je doplněn snímkem buňky letního dřeva ze skenovacího elektronového mikroskopu 2.5.1.1b. Na této úrovni může být dřevo modelováno jako třífázový kompozit. Vlastnosti jeho jednotlivých složek a jejich objemové podíly jsou uvedeny v literatuře [2.5.5], vlastnosti buněčné stěny jako celku jsou potom výsledkem prvního homogenizačního kroku s tím, že polymerní matrice buněčné stěny je řešena v nezávislém homogenizačním kroku.



Obr. 2.5.1.1a, b: Schéma struktury buněčné stěny (SL-střední lamela, P-primární stěna, S-sekundární stěna, L-lumen, FP-podélně uložené fibrily [2.5.4]) (a) a buňka letního dřeva ze skenovacího elektronového mikroskopu (b).

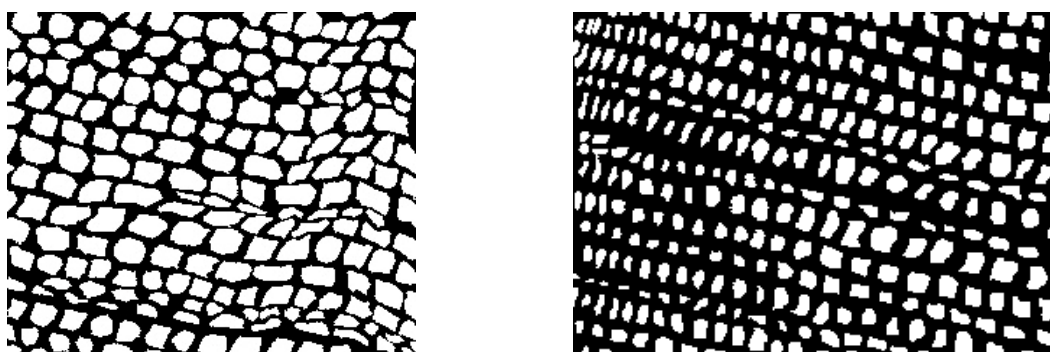
Ve druhé fázi jsou buňky spojeny do jarního, nebo letního dřeva (obrázek 2.5.1.2a). Příklad detailu jarního dřeva je na obrázku 2.5.1.2b. Jarní dřevo se vyznačuje poměrně tenkými stěnami kolem větších otvorů tzv. lumenů, přibližně čtvercového tvaru. Letní dřevo vykazuje mnohem silnější stěny a tenčí lumeny obdélníkového průřezu protáhlé v tangenciálním směru. Z fotografií typu 2.5.1.2b lze obrazovou analýzou získat binární obrazy na

úrovni tracheid (obr. 2.5.1.3). Odtud je již snadno dostupná informace o poměrné ploše lumenů, která je jedním z nutných vstupů do výpočtů. Pro jarní dřevo je to 0,56 a pro letní dřevo 0,27. Třetí homogenizační krok potom spojuje jarní a letní dřevo do jednoho celku s využitím znalosti jeho vzájemného poměru (obr. 2.5.1.3).



Obr. 2.5.1.2a, b: Základní anatomické elementy dřeva jehličnanů. 1 – jarní dřevo, 2 – letní dřevo, 3 – letokruh, 4 – jarní tracheida s dvojtečkami, 5 – letní tracheida, 6 – pryskyřičný kanálek, 7 – dřeňový paprsek, 8 – příčná tracheida [2.5.4] (a) a detail letního dřeva (b).

Poslední krok je stanovit úhel mikrofibril. Ten je stanoven konfrontací modulu pružnosti ve směru vláken stanovených modelem a změřených Pilodynem. Na rozdíl od měření Pilodynem získáme z homogenizace více materiálových parametrů.



Obr. 2.5.1.3a, b: Binární obrazy na úrovni tracheid jarního dřeva (a) a letního dřeva (b).

Výsledky z jednotlivých kroků jsou uvedeny v části 4.5.1. Je z nich zřejmé, že podélná tuhost dřeva je tímto postupem značně nadhodnocena a poměr mezi podélným a příčným modulem pružnosti zde vychází řádově 10. Z literatury je tento poměr řádově 30, jak je uvedeno na začátku tohoto odstavce, včetně diskuse o spolehlivosti měření transversálních modulů pružnosti. Na druhou stranu, spolehlivost získání materiálových vlastností na mikroúrovni, je ještě daleko složitějším problémem. Pokud by jedním z jejich zdrojů byla například nanoindentace, je třeba uvést, že příprava povrchu vzorku dřeva pro tuto metodu je velmi složitým problémem s velmi nejistým výsledkem. Proto bude v části 2.5.2 představen jiný přístup k určení materiálových vlastností dřeva.

## 2.5.2 Využití experimentů na makroúrovni

Stejně jako jsou popsány moduly pružnosti dřeva ve směru vláken statistickými parametry, je nutné očekávat, že i ostatní materiálové parametry budou v rámci segmentu nosníku z lepeného lamelového dřeva značně variabilní. Nejjednodušším způsobem, jak tuto variabilitu zohlednit, je vygenerovat zmiňované parametry z rozdělení proporcionálních k rozdělení modulů pružnosti ve směru vláken, a to s použitím jejich poměru k měřenému  $E_L$ . Tento triviální postup může být pro řešení ohýbané konstrukce jako celku relativně přesný, zejména pokud použijeme pomocí Bayesovského updatingu již aktualizované soubory  $E_L$ . Je třeba také poznamenat, že pro každý z padesáti nosníků první série byl v roce 2005 vytvořen vlastní 3D model. Na všech těchto modelech byl zkoumán vliv ostatních parametrů, než je modul pružnosti dřeva ve směru vláken na měřenou veličinu, to je průhyb. I v případě, že byly všechny parametry dřeva jako ortotropního materiálu nastavovány v celém svém, v literatuře uváděném rozpětí, nemělo to na průhyb nosníku naprosto žádný vliv, to je vliv stejný nebo větší, než je přesnost měření průhybů.

Pro pevnost nosníků by kromě spojů, suků a vad dřeva mohl hrát roli modul pružnosti ve smyku. Ten orientačně stanovíme tak, že dle ČSN EN 338 v tabulce 2.5.2, má modulu pružnosti rostlého dřeva ve směru vláken o hodnotě 12 GPa odpovídat modul pružnosti ve smyku o hodnotě 0,75 GPa. Proto budou vytvořené soubory modulů pružnosti ve smyku pro každý segment, každé lamely, každého nosníku vytvořeny proporcionálně v tomto poměru.



### 3. EXPERIMENTÁLNÍ STUDIE

Experimentální studie je soustředěna na dvě hlavní témata. První z nich shrnuje nedestruktivní testování hotových nosníků z lepeného lamelového dřeva, které je použitelné i pro nosníky zabudované v konstrukci. Cílem této experimentální metody je zmapovat hodnoty lokálních modulů pružnosti dřeva ve směru vláken, které se liší poměrně výrazně i v rámci prvku vyrobeného z jednoho kmene. Pokud je finální výrobek slepen z částí, které bývají i z různých kmenů stejného druhu dřeva, může být ve dvou sousedních prvcích rozdíl modulů pružnosti až trojnásobný, což bylo v tomto výzkumu experimentálně zjištěno. Přímý vztah mezi modulem pružnosti ve směru vláken a ohybovou tuhostí průřezu je zřejmý.

Toto téma zahrnuje zkušební testování dvou nezávislých trámů na jedné straně a vyhodnocení souborů tisíců vpichů na testovaných nosnících konstrukčních rozměrů na druhé straně.

Trámy byly rozřezány každý na šest částí. Vpichy přístrojem Pilodyn byly pak provedeny ze všech stran. Tyto kontrolní nezávislé vzorky napomohly k upřesnění materiálového modelu dřeva (viz. část 2.5).

Hotové nosníky z lepeného lamelového dřeva jsou přístupné pro provedení vpichů pouze z obou bočních stran, což bylo nejlépe využito ve druhé zkoušené sérii, kde bylo provedeno 3600 nedestruktivních testů na každém nosníku.

Druhé hlavní téma experimentální studie jsou ohybové zkoušky nosníků z lepeného lamelového dřeva konstrukčních rozměrů, a to nevyztužených i různě vyztužených. Tyto testy probíhaly na stavební fakultě řadu let.

První sérii testů jsme prováděli v letech 2005-2011 v rámci výzkumného centra CIDEAS. Tato série obsahovala 50 nosníků, z toho 20 nevyztužených a 30 vyztužených na spodním povrchu kompozitovými lamelami různých tloušťek a materiálů. Část výsledků je mimo jiné shrnuta v [3.1]. Při vyhodnocování této série se ukázala klíčová role velkého rozptylu lokálních modulů pružnosti u nevyztužených nosníků, pro jejich přesné modelování, což vedlo k vytvoření MKP modelů s implementovanými pravděpodobnostními metodami LHS a Monte Carlo (viz. části 2.1 a 4.1 této práce). Zároveň bylo zjištěno, že vyztužené lamely jsou příliš pevné. Únosnost vyztužených nosníků byla sice až trojnásobná oproti nosníkům nevyztuženým, čehož však není možné plně využít, protože dosahované průhyby při větších zatíženích jsou naprosto nepřijatelné (například 75,07 mm u prostého nosníku s rozpětím 4,2 metru). Praktické využití takto vyztužených prvků je tedy omezeno. Všechny

vyztužené nosníky se porušily tlakem u horního nevyztuženého povrchu. Největší nárůst únosnosti byl prokázán při aplikaci nejtenčí z použitých kompozitových lamel vyztužených uhlíkovými vlákny. Proto bylo nutné provést menší série experimentů s důrazem na co nejpřesnější zmapování lokálních modulů pružnosti u každého nosníku a zároveň na použití slabších výztužných lamel. Tento úkol byl řešen v rámci grantu LD12023 programu COST v letech 2012-2015.

Nejprve byla podrobena experimentům celkově druhá série pěti nosníků, které byly nevyztužené. Na každém nosníku bylo provedeno zmiňovaných 3600 nedestruktivních testů, ke zjištění lokálních modulů pružnosti (vpichů přístrojem Pilodyn). Uspořádání ohybových testů již bylo zajištěno s ohledem na další použití Bayesovského updatingu relativně nepřesně změřených modulů pružnosti pomocí mnohem přesněji změřených průhybů (viz. části 2.2 a 4.2 této práce). Zároveň byly zkoušky natáčeny kamerou, z čehož je možné dokumentovat a analyzovat způsoby poškození (viz. části 2.3 respektive 4.3). Kromě toho snímáním až devíti průhybů po celou dobu průběhu ohybové zkoušky frekvencí 20 Hz nám umožňuje vyhodnotit i další jevy, například okamžité dotvarování ihned po zatížení, které není ve stavební praxi používané, a proto nebylo zatím dostatečně prozkoumáno (viz. část 2.4 respektive 4.4). Při vyhodnocování laboratorních zkoušek však hraje podstatnou roli.

Závěrečná třetí série šesti nosníků podrobená experimentům v první polovině roku 2015, sestávala ze čtyřech nosníků vyztužených a dvou nevyztužených. Vyztužení bylo navrženo na základě výsledků první série a zároveň tak, aby bylo možné jej aplikovat případně také dodatečně na existující konstrukci, například při změně její funkce a z toho vycházejícím přetížení. Kromě destruktivních i nedestruktivních zkoušek, jako u druhé série, bylo u těchto nosníků použito, souběžně v průběhu některých ohybových testů, také optické metody Digital Image Correlation (DIC). Její využití se předpokládá v blízké budoucnosti po zvýšení přesnosti, zejména k dokumentaci vzniku trhlin (viz. část 2.3.1).

### 3.1 Nedestruktivní testování – metoda zarážení trnu

Jak bylo zmíněno již v úvodní kapitole této práce, v České Republice se pro konstrukce z lepeného lamelového dřeva naprosto dominantně používá smrkové dřevo. To je i případ všech našich celkem 61 nosníků z lepeného lamelového dřeva a také obou samostatných trámů, s jejichž pomocí bude nedestruktivní metoda zjišťování lokálních modulů pružnosti nezávisle ověřena. Modul pružnosti dřeva lze měřit různými metodami. V případě, že je dřevo zabudováno ve fungující konstrukci, musí se jednat o nedestruktivní metodu, která bude způsobovat pouze velmi malé lokální poškození. Proto, že je dřevo velmi heterogenní materiál, což je v případě lepeného lamelového dřeva ještě zvláště zřejmé, je nutné uskutečnit velký počet měření lokálních modulů pružnosti. Pro tento případ máme k dispozici pouze jedinou experimentální metodu, kterou je metoda zarážení trnu. Přístroj Pilodyn 6J, kterým se tato měření provádějí, je vyfotografován na obrázku 3.1.1. Trn průměru 2,5 mm je vstřelen energií 6 J do dřeva. Z hloubky jeho vniknutí je na základě dříve provedených experimentů, sledujících modul pružnosti dřeva při ohybových zkouškách, sumarizovaných v empirickém vztahu 3.1.1, vypočten lokální modul pružnosti ve směru vláken. Ve vztahu 3.1.1 je  $E$  hledaný lokální modul pružnosti v MPa a  $t_p$  je měřená hloubka vniknutí trnu v mm.

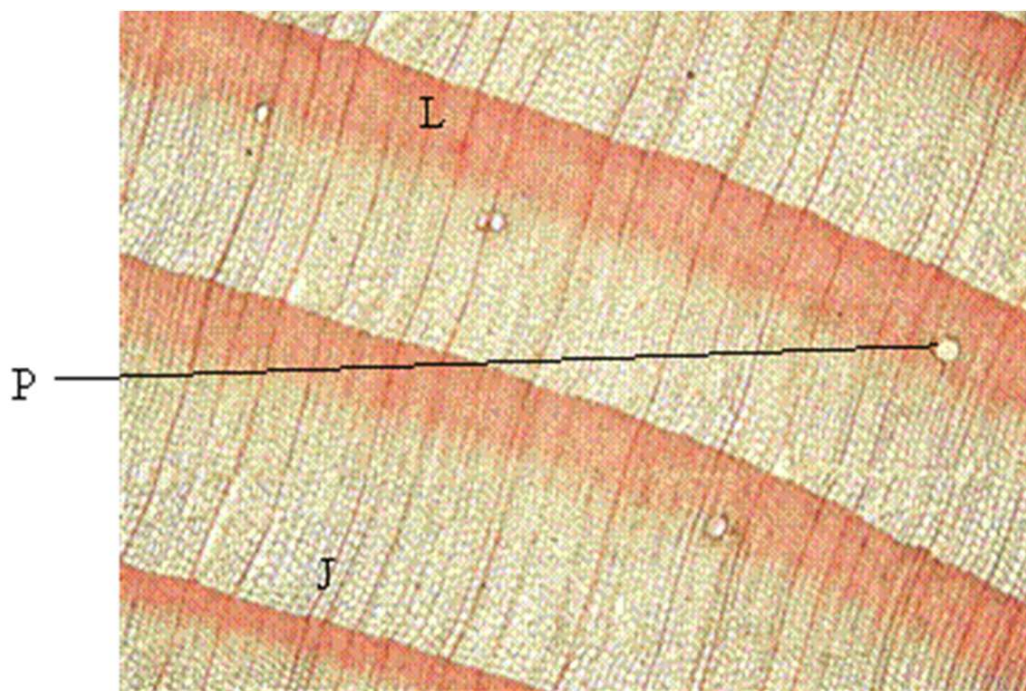
$$E = -564,1 \times t_p + 19367 \quad 3.1.1$$

Na stupnici přístroje Pilodyn lze odečítat celé milimetry hloubky vniknutí a odhadnout 0,5 milimetru. Je zřejmé, že pokud chyba odečtu bude 0,5 mm, bude chyba vypočteného modulu pružnosti řádově 0,25 GPa.



Obr. 3.1.1: Pilodyn 6J.

Druhým a podstatnějším zdrojem nepřesnosti této metody je provedení vpichu kolmo k povrchu nosníku, ale v různě šikmém úhlu vzhledem ke směru letokruhů, což má vliv na relativně velkou směrodatnou odchylku všech souborů lokálních modulů pružnosti, které jsou v části 4.2 updatovány.



*Obr. 3.1.2: 40-krát zvětšený příčný řez smrkovým dřevem, s viditelným letním dřevem (L), jarním dřevem (J) a vertikálním pryskyřičným kanálkem (P).*

Další příčinou chyby tohoto měření je střídání různě silných vrstev jarního a letního dřeva (obr. 3.1.2). Dřevo jehličnatých dřevin vykazuje relativně jednoduchou stavbu tvořenou z 90 až 95% tracheidami, které jsou tvořeny dlouhými (2 až 5 mm) a tenkými (10 až 50  $\mu\text{m}$ ) buňkami se zploštělými nebo zužujícími se uzavřenými konci. Tracheidy vytvářejí radiální řady a jsou orientovány podélně vzhledem k ose kmene stromu. Na přechodu z jarního do letního dřeva buněčné stěny zesilují, zatímco průměr buněk se zmenšuje. Na konci růstového období strom vytváří tracheidy s malou buněčnou dutinou a malým radiálním průměrem, zatímco na začátku dalšího růstového období vytváří tracheidy s širokou buněčnou dutinou a průměrem. Tento rozdíl v růstu může mít za následek poměr mezi hustotou letního a jarního dřeva až 3:1, jak je uvedeno mimo jiné v [3.1.1]. Patrné je to i na obrázku 3.1.3 v souvislosti s prováděním nedestruktivních testů.

Určení limitů metody zarážení trnu byla provedena u dvou různých trámků z rostlého smrkového dřeva. Výsledky byly využity v části 2.5, respektive 4.5 a publikovány v [3.1.2].



*Obr. 3.1.3: Fotodokumentace rozvinutého pláště úseku 2B.*

Oba trámky byly dodány společně s poslední (třetí) sérií nosníků z lepeného lamelového dřeva. Jejich průřezové rozměry byly v obou případech 64 mm šířka a 84 mm výška a délka 932 mm. Každý byl rozřezán na 6 úseků označených postupně 1A až 6B. Na obou čelních plochách každého úseku bylo provedeno devět vpichů, na každé boční ploše každého ze dvanácti vzorků dvanáct vpichů. Pro ukázkou je zde fotodokumentace rozvinuté

plochy jednoho vzorku (obr. 3.1.3), u kterého jsou zároveň na jeho rozvinuté ploše zaznamenány hloubky vpichů v milimetrech (obr. 3.1.4).

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|      |      |      | 10,5 | 9,9  | 10,5 | 7,5  |      |      |      |
|      |      |      | 9,9  | 9,5  | 10,7 | 10,2 |      |      |      |
|      |      |      | 7,5  | 9,9  | 10,5 | 8,9  |      |      |      |
| 19,5 | 21,0 | 11,5 | 9,5  | 7,9  | 8,5  | 9    | 10,1 | 11,5 | 9,8  |
| 18,2 | 21,8 | 12,7 | 8,5  | 8,9  | 5,0  | 8,5  | 12,9 | 11,8 | 10,3 |
| 16,8 | 15,5 | 12,3 | 9,5  | 7,9  | 9,2  | 5,9  | 9,8  | 9,9  | 10,2 |
|      |      |      | 8,5  | 7,5  | 8,0  | 14,8 |      |      |      |
|      |      |      | 9,5  | 9,9  | 12,0 | 16,5 |      |      |      |
|      |      |      | 9,9  | 9,5  | 9,5  | 7,7  |      |      |      |
|      |      |      | 7,9  | 9,7  | 8,9  | 4,5  |      |      |      |
|      |      |      | 11,9 | 10,3 | 9,5  | 6,9  |      |      |      |
|      |      |      | 9,7  | 9,0  | 8,9  | 7,2  |      |      |      |

*Obr. 3.1.4: Hloubky vpichů v milimetrech na rozvinutém plášti úseku 2B.*

Hloubky vpichů byly statisticky vyhodnoceny na každém ze dvanácti dílků 1A až 6B, a to na všech šesti povrchových plochách. Pro trámeček A jsou výsledky celku uvedeny v tabulce 3.1.1, pro trámeček B v tabulce 3.1.2.

|                       | n   | Normální rozdělení |          | Lognormální rozdělení |          |
|-----------------------|-----|--------------------|----------|-----------------------|----------|
|                       |     | $\mu$              | $\sigma$ | $\mu$                 | $\sigma$ |
| Čelní strany          | 108 | 11,789             | 1,705    | 2,457                 | 0,145    |
| Přední strana         | 72  | 8,739              | 1,162    | 2,158                 | 0,146    |
| Zadní strana          | 72  | 9,215              | 1,341    | 2,209                 | 0,157    |
| Přední a zadní strana | 144 | 8,977              | 1,273    | 2,184                 | 0,154    |
| Horní strana          | 72  | 9,275              | 0,911    | 2,222                 | 0,103    |
| Dolní strana          | 72  | 8,825              | 1,489    | 2,165                 | 0,16     |
| Horní a dolní strana  | 144 | 9,05               | 1,251    | 2,193                 | 0,137    |
| Všechny boční strany  | 288 | 9,013              | 1,26     | 2,189                 | 0,145    |

*Tabulka 3.1.1: Statistická vyhodnocení vpichů na celém trámku A.*



Parametry  $\mu$  a  $\sigma$  definují funkci hustoty pravděpodobnosti podle vzorce 3.1.2 v případě normálního rozdělení a podle vzorce 3.1.3 v případě lognormálního rozdělení, jak je obecně známo.

|                       | n   | Normální rozdělení |          | Lognorm. rozdělení |          |
|-----------------------|-----|--------------------|----------|--------------------|----------|
|                       |     | $\mu$              | $\sigma$ | $\mu$              | $\sigma$ |
| Čelní strany          | 108 | 13,052             | 3,579    | 2,537              | 0,244    |
| Přední strana         | 72  | 9,496              | 2,364    | 2,224              | 0,229    |
| Zadní strana          | 72  | 9,603              | 1,75     | 2,245              | 0,188    |
| Přední a zadní strana | 144 | 9,549              | 2,073    | 2,234              | 0,209    |
| Horní strana          | 72  | 9,825              | 1,494    | 2,275              | 0,142    |
| Dolní strana          | 72  | 9,204              | 1,728    | 2,203              | 0,182    |
| Horní a dolní strana  | 144 | 9,514              | 1,639    | 2,239              | 0,166    |
| Všechny boční strany  | 288 | 9,532              | 1,866    | 2,237              | 0,189    |

Tabulka 3.1.2: Statistická vyhodnocení vpichů na celém trámku B.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad 3.1.2$$

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}} \quad 3.1.3$$

Z obou tabulek plyne, že hloubky vpichů jsou prakticky stejné v obou směrech kolmo na vlákna, zatímco všechny vpichy z čelních stran podél vláken jsou téměř o ¼ hlubší.

|                       | n   | Normální rozdělení |          | Lognorm. rozdělení |          |
|-----------------------|-----|--------------------|----------|--------------------|----------|
|                       |     | $\mu$              | $\sigma$ | $\mu$              | $\sigma$ |
| Přední strana         | 72  | 14,437             | 0,656    | 2,669              | 0,045    |
| Zadní strana          | 72  | 14,169             | 0,757    | 2,65               | 0,053    |
| Přední a zadní strana | 144 | 14,303             | 0,718    | 2,659              | 0,05     |
| Horní strana          | 72  | 14,135             | 0,514    | 2,648              | 0,036    |
| Dolní strana          | 72  | 14,389             | 0,84     | 2,665              | 0,063    |

|                      |     |        |       |       |       |
|----------------------|-----|--------|-------|-------|-------|
| Horní a dolní strana | 144 | 14,262 | 0,705 | 2,656 | 0,052 |
| Všechny boční strany | 288 | 14,282 | 0,711 | 2,658 | 0,051 |

*Tabulka 3.1.3: Statistická vyhodnocení modulů pružnosti ve směru vláken na celém trámku A.*

V tabulkách 3.1.3 a 3.1.4 jsou uvedeny vyhodnocené výsledky modulů pružnosti podle rovnice 3.1.1, která však platí pouze pro vpichy kolmo na vlákna.

|                       | n   | Normální rozdělení |          | Lognormální rozdělení |          |
|-----------------------|-----|--------------------|----------|-----------------------|----------|
|                       |     | $\mu$              | $\sigma$ | $\mu$                 | $\sigma$ |
| Přední strana         | 72  | 14,01              | 1,333    | 2,635                 | 0,104    |
| Zadní strana          | 72  | 13,95              | 0,978    | 2,633                 | 0,072    |
| Přední a zadní strana | 144 | 13,98              | 1,169    | 2,634                 | 0,089    |
| Horní strana          | 72  | 13,825             | 0,843    | 2,624                 | 0,064    |
| Dolní strana          | 72  | 14,175             | 0,975    | 2,649                 | 0,072    |
| Horní a dolní strana  | 144 | 14                 | 0,925    | 2,637                 | 0,069    |
| Všechny boční strany  | 288 | 13,99              | 1,052    | 2,635                 | 0,08     |

*Tabulka 3.1.4: Statistická vyhodnocení modulů pružnosti ve směru vláken na celém trámku B.*

Závěrečné tabulky 3.1.5 a 3.1.6 ukazují moduly pružnosti jednak z obou bočních stran a jednak z kombinace horní a dolní strany, postupně ve všech šesti dílech každého ze dvou trámů, a to pro představu, jak se naměřené moduly pružnosti podél trámku z jednoho kusu dřeva mění. Pro úplnost jsou uvedeny také statistiky hloubek vpichů. Oba uvedené statistické parametry pro obě veličiny jsou zde již jen za předpokladu normálního rozdělení.

Z uvedených výsledků plyne, že měření přístrojem Pilodyn je vhodné v případě, že provedených vpichů je velké množství v každém úseku, mezi dvěma zubovitými spoji, každého sledovaného nosníku. Pro jakékoli další modelování je potom nutné použít statistik z těchto zkoušek. Technologie implementace statistik modulů pružnosti, namísto jejich konstantních hodnot, a to použitím metody LHS a MC, byla vytvořena již pro první sérii



nosníků (a je popsána v podkapitole 2.1 respektive 4.1), kde byly však použity pouze čtyři vpichy v každém úseku, každé z osmi lamel v nosníku.

|                       |            |          | 1A    | 2A    | 3A    | 4A    | 5A    | 6A    |
|-----------------------|------------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Boční povrchy         | $t_p$ (mm) | $\mu$    | 8,683 | 8,708 | 9,158 | 8,854 | 9,012 | 9,466 |
|                       |            | $\sigma$ | 1,703 | 0,929 | 1,552 | 1,322 | 0,813 | 1,027 |
|                       | E (GPa)    | $\mu$    | 14,47 | 14,45 | 14,20 | 14,37 | 14,28 | 14,04 |
|                       |            | $\sigma$ | 0,96  | 0,524 | 0,875 | 0,746 | 0,459 | 0,579 |
| Horní a dolní povrchy | $t_p$ (mm) | $\mu$    | 8,971 | 9,596 | 9,633 | 8,954 | 8,433 | 8,712 |
|                       |            | $\sigma$ | 0,969 | 0,881 | 1,861 | 0,838 | 1,33  | 0,937 |
|                       | E (GPa)    | $\mu$    | 14,27 | 13,95 | 13,93 | 14,32 | 14,61 | 14,45 |
|                       |            | $\sigma$ | 0,52  | 0,497 | 1,05  | 0,473 | 0,75  | 0,529 |

Tabulka 3.1.5: Statistiky modulů pružnosti a hloubek vpichů podél trámku A za předpokladu normálního rozdělení.

Důležitost velkých souborů vpichů je prokázána ve druhé sérii nosníků, kde jsou vpichy provedeny v 3600 místech každého nosníku. Statistiky těchto souborů jsou rovněž použity prostřednictvím LHS a MC v MKP modelech, jak je ukázáno dále v podkapitole 4.1. Ukázka jejich vyhodnocení na jednom z nosníků je uvedena v následující podkapitole 3.2.

|                       |            |          | 1B     | 2B    | 3B    | 4B    | 5B    | 6B    |
|-----------------------|------------|----------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Boční povrchy         | $t_p$ (mm) | $\mu$    | 12,85  | 8,446 | 8,992 | 8,771 | 9,1   | 9,138 |
|                       |            | $\sigma$ | 2,089  | 1,647 | 1,328 | 0,955 | 0,922 | 1,461 |
|                       | E (GPa)    | $\mu$    | 12,12  | 14,60 | 14,29 | 14,42 | 14,23 | 14,21 |
|                       |            | $\sigma$ | 1,178  | 0,929 | 0,749 | 0,539 | 0,52  | 0,824 |
| Horní a dolní povrchy | $t_p$ (mm) | $\mu$    | 11,404 | 9,533 | 8,888 | 8,788 | 9,392 | 9,083 |
|                       |            | $\sigma$ | 1,961  | 2,105 | 0,965 | 1,08  | 0,912 | 0,776 |
|                       | E (GPa)    | $\mu$    | 12,93  | 13,99 | 14,35 | 14,41 | 14,07 | 14,24 |
|                       |            | $\sigma$ | 1,106  | 1,187 | 0,544 | 0,609 | 0,515 | 0,438 |

Tabulka 3.1.6: Statistiky modulů pružnosti a hloubek vpichů podél trámku B za předpokladu normálního rozdělení.

Přesnost metody zarážení trnu dokumentují také rozdílné hodnoty hloubek vniknutí trnu na čelních plochách testovaných trámečků.

Pokud vzniknou čelní plochy dvou sousedních testovaných trámečků pouze provedením řezu, bylo by na místě očekávat, že na těchto plochách budou materiálové parametry stejné. I když vpichy nejsou provedeny v naprosto stejných bodech na obou čelních plochách, rozdíl v jejich hloubkách je

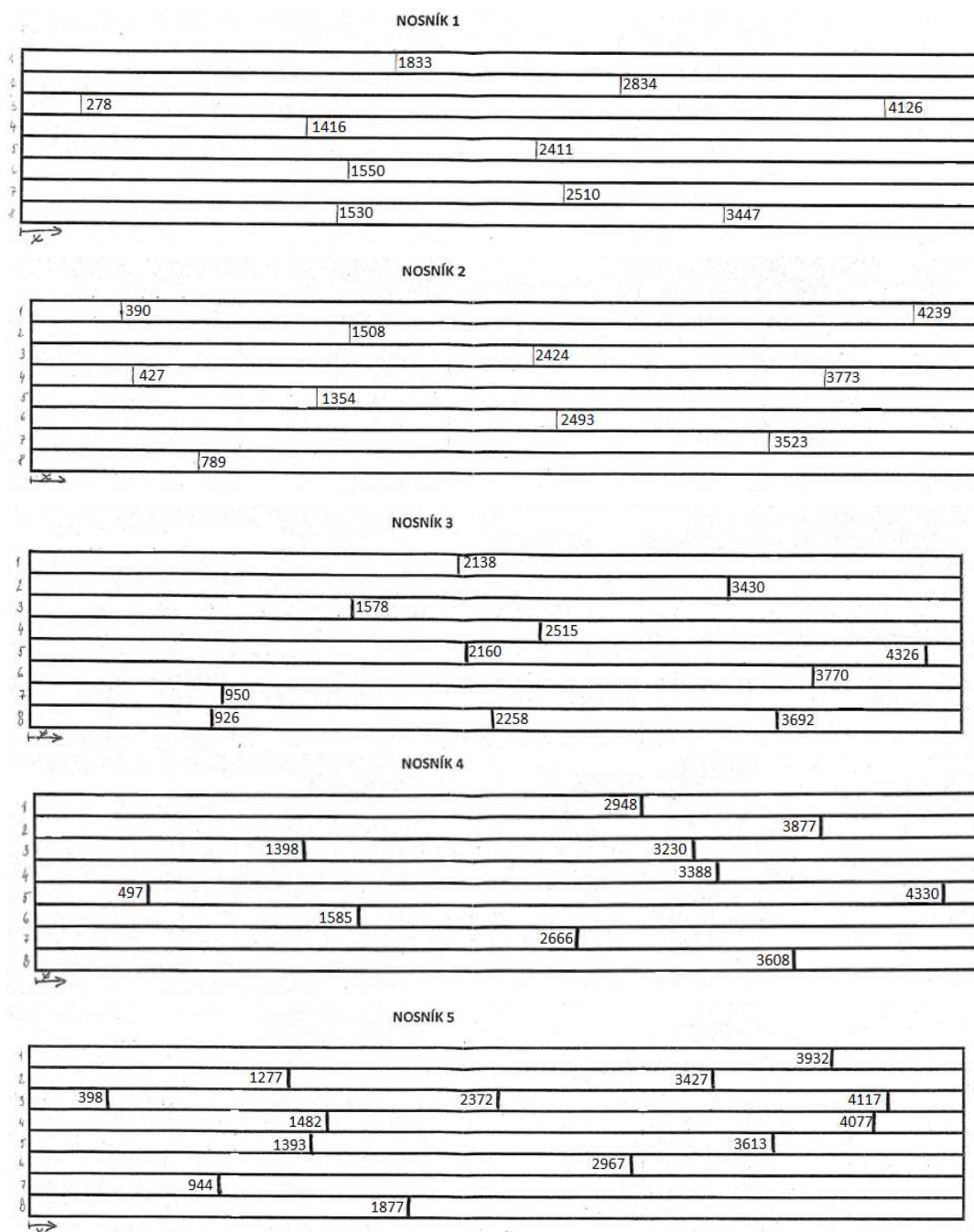
přesto relativně velký, jak je vidět například z obrázku 3.1.5, který dokumentuje hloubky vpichů na čelních plochách trámku 1A a 2A, které vznikly provedením jednoho řezu a neměly by se tedy příliš lišit. Pokud je metoda zarážení trnu aplikována na boční povrch nosníku a počty vpichů v jednotlivých segmentech lamel jsou v desítkách až stovkách, je použit empirické rovnice (3.1.1) pro vyhodnocení lokálních modulů pružnosti ve směru vláken opodstatněné. Přesnost této metody, kterou je možné očekávat, byla v této podkapitole dokumentována. Při použití normálního rozdělení modulů pružnosti ve směru vláken  $\mu$  okolo 14 (GPa) se  $\sigma$  pohybuje od 0,5 do 1,3, což koresponduje s očekávanými a dříve zdůvodněnými chybami metody.

|      |      |      |
|------|------|------|
| 10,5 | 12,3 | 13,1 |
| 11,5 | 17,2 | 11,9 |
| 14,2 | 13,5 | 13,5 |
| 12,7 | 13,5 | 11,2 |
| 10,2 | 13,5 | 13,5 |
| 12,3 | 12,3 | 11,8 |

*Obr. 3.1.5: Porovnání hloubek vniknutí trnu v milimetrech na dvou čelech trámů, která vzniknou jeho rozříznutím. Obě hodnoty pod sebou jsou na stejných místech, horní na trámku 1A, dolní na trámku 2A.*

### 3.2 Nedestruktivní testování – metoda zarážení trnu ukázka výsledků u testovaných nosníků z druhé série

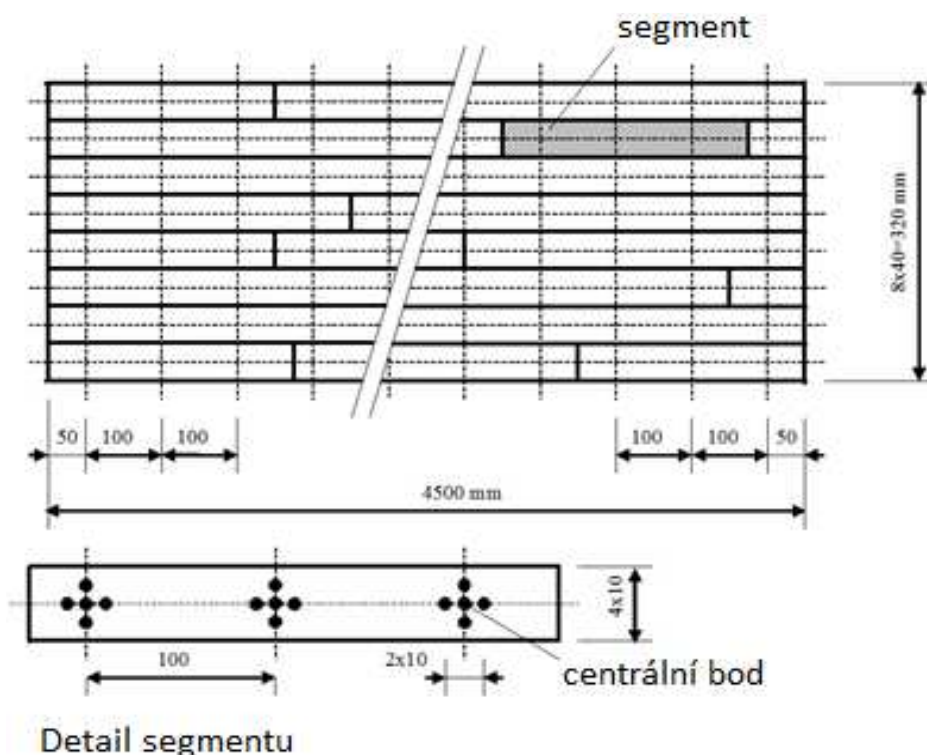
Praktické použití metody zarážení trnu je zde dokumentováno na jednom z pěti nosníků druhé série ohybových zkoušek (podkapitola 3.4). Rozměry všech nosníků jsou patrné z obrázku 3.2.2.



Obr. 3.2.1: Rozdělení nosníků 2. série na segmenty. Polohy zubovitých spojů jsou kótované zleva v milimetrech.

Zatímco délka všech nosníků je 4,5 metru, šířka 0,1 a výška 0,32 metru (8 lamel po 4 cm), vznikají délky segmentů zcela náhodně rozmístěnými zubovitými spoji, jak je ukázáno na obrázku 3.2.1, pro pět nosníků druhé série.

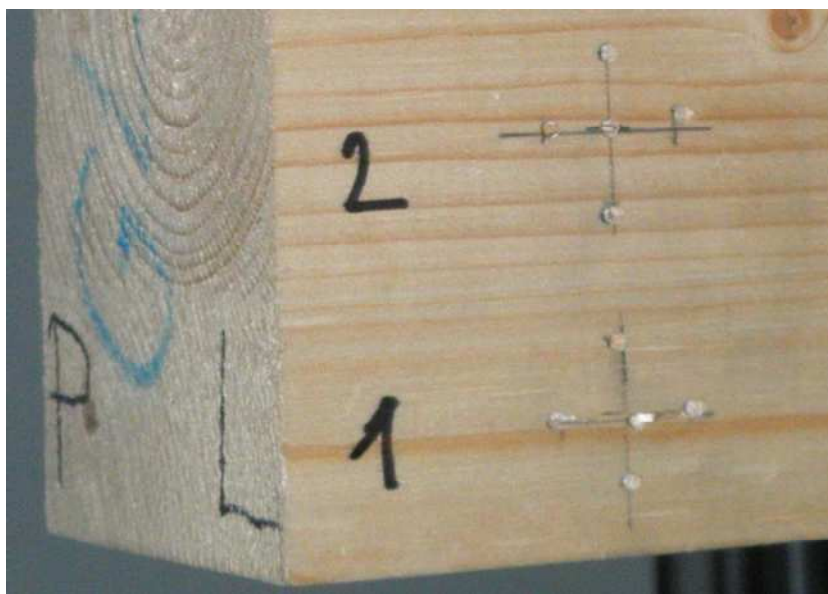
Pro každý nosník jsou naměřené moduly pružnosti rozděleny do souborů odpovídajících úsekům lamel mezi dvěma zubovitými spoji. Z obrázku 3.2.1 je patrné, že v nosníku 1 je 18 segmentů a tedy 18 souborů modulů pružnosti, v nosníku 2 je to také 18, v nosníku 3 19, v nosníku 4 18 a v nosníku 5 21. Je třeba poznamenat, že několik velmi krátkých úseků na koncích nosníků, které nemají na provedené ohybové zkoušky žádný vliv a naopak by komplikovaly vytvořený MKP model, vzhledem k poměru délky úseku k výšce lamely, bylo ignorováno. Znamená to, že příslušná lokální měření podélných modulů pružnosti byla z tohoto úseku přidána k úseku vedlejšímu. Moduly pružnosti ve směru vláken byly měřeny v pravidelné síti bodů, kterou jsou pokryty oba boční povrchy každého nosníku. Síť je naznačena na následujícím obrázku 3.2.2 a dokumentována na části nosníku na obrázku 3.2.3.



Obr. 3.2.2: Síť bodů pro nedestruktivní testování nosníků druhé série.

Centrální body jsou vždy ve středu výšky příslušné lamely, ve vzdálenosti 10 cm od sebe. V okolí každého ze 720 středních bodů na nosník jsou další

čtyři body, a to ve vzdálenosti 1 cm nad ním, pod ním, vlevo a vpravo. V nosníku je tedy z měřených hloubek vniknutí trnu dopočteno 3600 lokálních modulů pružnosti. V blízkosti středových bodů byla na šesti místech v každé lamelě ručním odporovým vlhkoměrem změřena vlhkost, a to v rozmezí 5 – 13,5%. Tato vlhkost byla způsobena dlouhodobým uskladněním a měřením nosníků v laboratoři. Moduly pružnosti není tedy nutné přepočítávat na v normě uvedenou vlhkost 12%.



*Obr. 3.2.3: Dokumentace tloušťky vrstvy lepidla v lepené spáře mezi lamelou 1 a 2.*

Zároveň je třeba vzít v úvahu, že změřená vlhkost je pouze orientační a může se při opakování měnit až o jednotky procent. Tento fakt je dán použitím ručního vlhkoměru. Soubory modulů pružnosti pro každý nosník obsahují různé počty prvků, protože při pravidelné síti měřících bodů mají úseky různou délku. Počet měřených úseků je tedy v následující tabulce 3.2.1 označen jako  $n$ . Aby statistiky všech souborů odpovídaly jedné koncepci řešení, jsou rozdělení všech souborů normální a alternativně lognormální, to je hustota rozdělení pravděpodobnosti je popsána rovnicí 3.1.2 pro normální rozdělení a 3.1.3 pro lognormální rozdělení.

Parametry rozdělení modulů pružnosti jednotlivých segmentů například nosníku 5 a celého souboru všech 3600 měření v nosníku ukazuje tabulka 3.2.1.

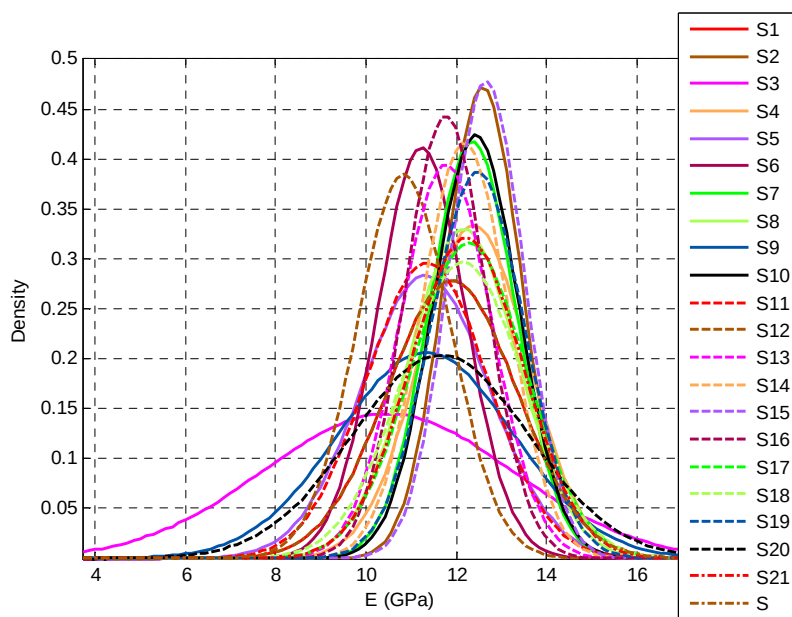
Graficky je tato tabulka vyjádřena na obrázku 3.2.4, kde je však pro vyšší přehlednost použito pouze normální rozdělení hustoty pravděpodobnosti. Na obrázku 3.2.5 jsou porovnány ve všech segmentech a pro celý soubor

všech 3600 měření obě použítá rozdělení hustoty pravděpodobnosti, to je normální a lognormální.

| Segment | n    | Normální |          | Lognormální |          |
|---------|------|----------|----------|-------------|----------|
|         |      | $\mu$    | $\sigma$ | $\mu$       | $\sigma$ |
| S1      | 390  | 11,27    | 1,36     | 2,41        | 0,15     |
| S2      | 60   | 12,58    | 0,84     | 2,53        | 0,07     |
| S3      | 130  | 10,48    | 2,75     | 2,31        | 0,29     |
| S4      | 210  | 12,39    | 1,19     | 2,51        | 0,10     |
| S5      | 110  | 11,32    | 1,41     | 2,42        | 0,13     |
| S6      | 40   | 11,23    | 0,97     | 2,42        | 0,08     |
| S7      | 200  | 12,36    | 0,96     | 2,51        | 0,08     |
| S8      | 170  | 12,16    | 1,21     | 2,49        | 0,10     |
| S9      | 40   | 11,33    | 1,93     | 2,41        | 0,18     |
| S10     | 150  | 12,43    | 0,94     | 2,52        | 0,08     |
| S11     | 260  | 11,36    | 1,35     | 2,42        | 0,12     |
| S12     | 40   | 10,84    | 1,04     | 2,38        | 0,10     |
| S13     | 140  | 11,77    | 1,01     | 2,46        | 0,09     |
| S14     | 220  | 12,18    | 0,96     | 2,50        | 0,08     |
| S15     | 90   | 12,66    | 0,84     | 2,54        | 0,07     |
| S16     | 300  | 11,76    | 0,90     | 2,46        | 0,08     |
| S17     | 150  | 12,28    | 1,26     | 2,50        | 0,10     |
| S18     | 100  | 12,15    | 1,34     | 2,49        | 0,11     |
| S19     | 350  | 12,47    | 1,03     | 2,52        | 0,08     |
| S20     | 190  | 11,65    | 1,96     | 2,44        | 0,17     |
| S21     | 260  | 12,23    | 1,24     | 2,50        | 0,10     |
| celek   | 3600 | 11,91    | 1,44     | 2,47        | 0,13     |

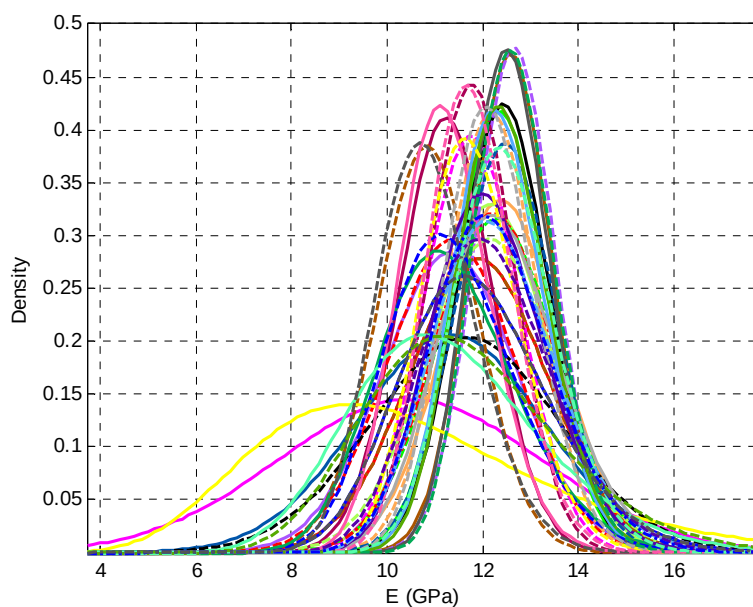
*Tabulka 3.2.1: Statistické parametry modulů pružnosti v GPa pro nosník 5 v jednotlivých segmentech a pro celek.*

Stejný postup byl použit i při vyhodnocení ostatních nosníků. Parametry normálního rozdělení v každém segmentu byly dále použity při tvorbě MKP modelů nosníků s využitím metody LHS, což je popsáno v částech 2.1 a 4.1. Tabulka 3.2.1 zároveň reprezentuje apriorní rozdělení modulů pružnosti v nosníku. Rozdělení budou souběžně ve všech segmentech nosníku opravená na výsledná posteriorní Bayesovským updatingem, což je popsáno v částech 2.2 a 4.2. Data naměřená nejen v tomto nosníku, ale i v ostatních čtyřech dobře korespondují s naměřenými hloubkami vpichů respektive s dopočtenými moduly pružnosti ve směru vláken z obou samostatných trámů z části 3.1.



Obr. 3.2.4: Funkce hustoty pravděpodobnosti modulů pružnosti v nosníku 5 pro 21 úseků samostatně a všech 3600 vpichů. Předpokládáno je normální rozdělení.

Ohybové testy a jejich výsledky pro nosníky druhé série jsou popsány v části 3.4.



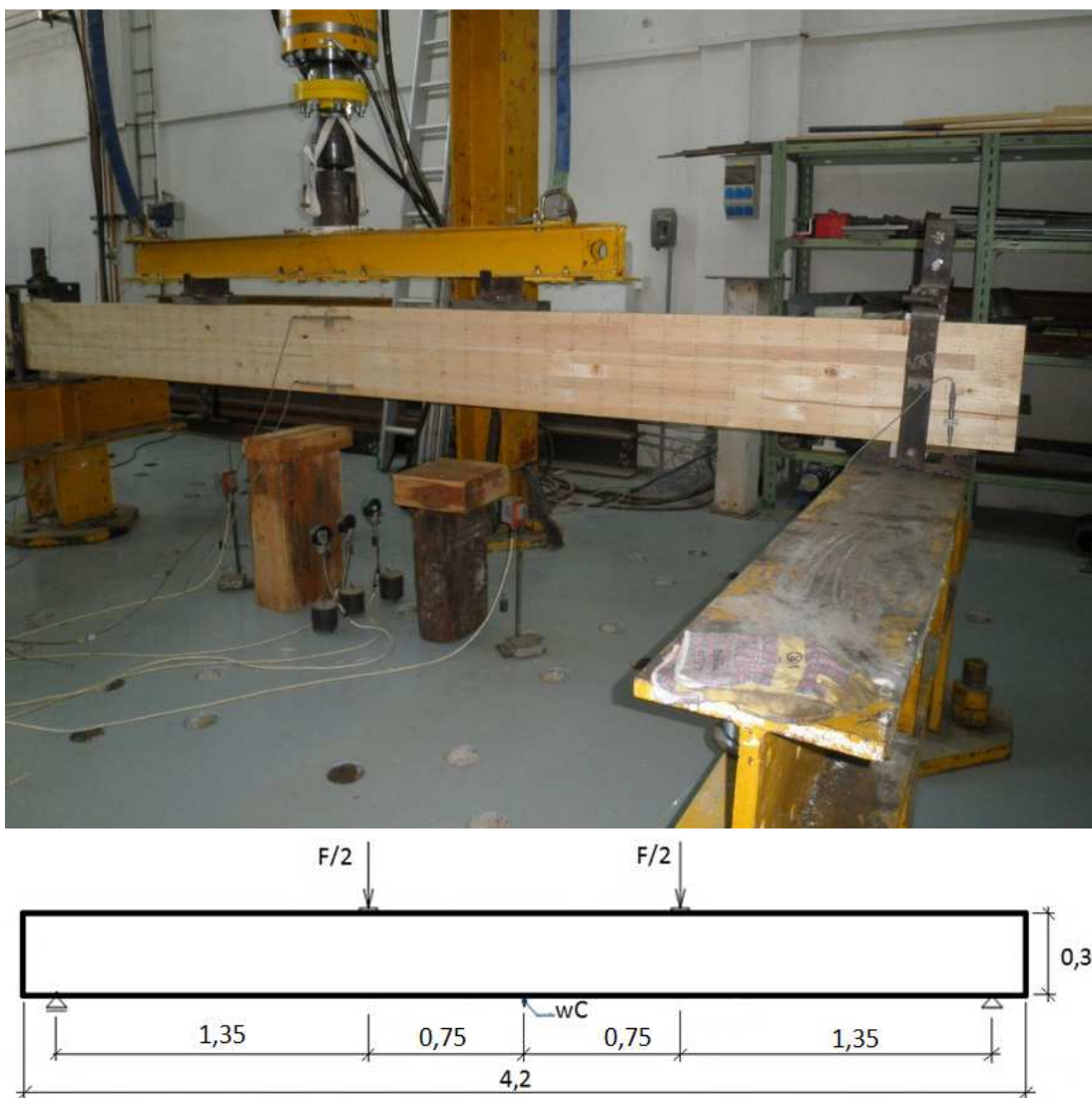
Obr. 3.2.5: Funkce hustoty pravděpodobnosti modulů pružnosti v nosníku 5 pro 21 úseků samostatně a všech 3600 vpichů. Předpokládáno je normální i lognormální rozdělení.



### 3.3 Nosníky první série – destruktivní ohybové testy

#### 3.3.1 Uspořádání ohybových zkoušek

Ohybové zkoušky všech sérií nosníků byly uspořádány jako čtyřbodový ohyb a byly vždy ukončeny až destrukcí nosníku. Pouze první série se mírně lišila umístěním břemen na nosníku 4,5 metru délky se vzdáleností mezi podporami 4,2 metru (obr. 3.3.1.1).

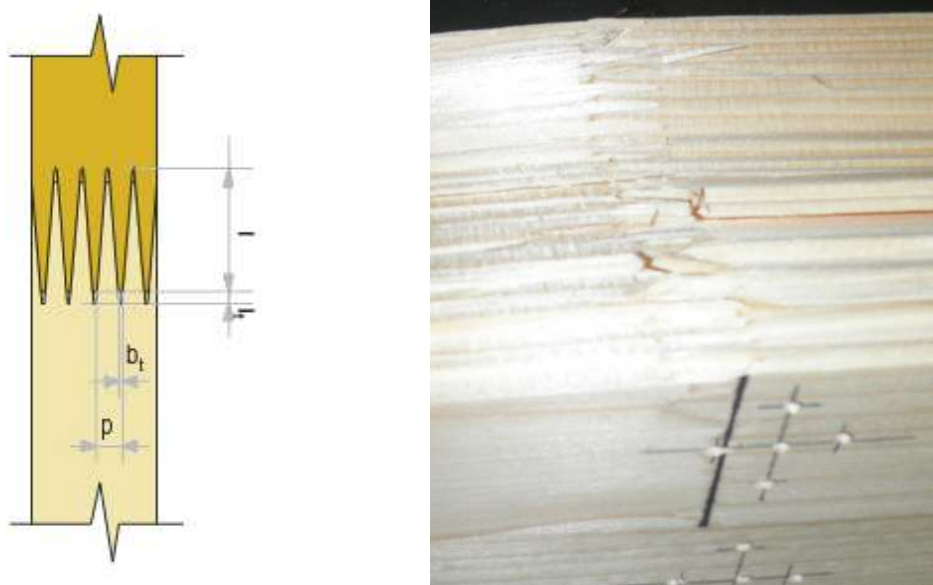


Obr. 3.3.1.1: Čtyřbodový ohybový test a jeho schéma.

Ukázalo se, že šířka nosníku 0,1 metru v poměru k výšce nosníku, vyžaduje zajištění klopení. Výška 0,32 metru vznikla slepením osmi vrstev 4 cm silných lamel. Jak bylo již zmíněno dříve (v části 3.2), jsou tyto lamely tvořeny úseky, zubovitými spoji (obr. 3.3.1.2), navzájem spojených částí



(segmentů) náhodné délky. V rámci první série byly v každém segmentu zjištěny lokální moduly pružnosti pouze na čtyřech místech, což se ukázalo jako naprosto nedostatečné. Proto byla později testována druhá série nosníků, ve které byl tento nedostatek odstraněn, a to řádově padesátinásobným zvětšením počtu měření.



*Obr. 3.3.1.2: Schéma zubovitého spoje dle EN 385 a jeho podoba po destrukci nosníku.*

Hlavním zkoumaným parametrem byl průhyb středu každého nosníku, měřený snímačem posunutí umístěným na jeho spodním povrchu. U dřevěných prvků je nutné kompenzovat zatlačení podpor v průběhu zatěžování, což zde bylo provedeno celkem dvěma snímači posunutí, po jednom u každé podpory. Stejný efekt pochopitelně nastává i pod břemeny, proto se nejedná o zatížení bodové, ale pod každým břemenem je umístěna 0,4 metru dlouhá ocelová roznášecí deska, přes celou šířku nosníku. Zatěžování bylo řízeno silou, kdy přírůstek její celkové hodnoty je vždy 8 kN v každém zatěžovacím stupni. Fakt, že se jedná o celkové zatížení vyvolané hydraulickým válcem na velmi tuhý prvek, přes který se do každého ze dvou míst přenesou polovina této síly, je zde nutné zdůraznit, aby nedošlo k hrubé chybě při vyhodnocování experimentů. Následné experimenty ve druhé a třetí sérii měly velikosti zatěžovacích stupňů poloviční, to je 4 kN, neboť zde bylo nutno získat maximum dat pro Bayesovský updating, jak je ukázáno v kapitole 2.2 a 4.2. Zatěžování jednoho nevyztuženého nosníku trvalo řádově půl hodiny, z čehož přibližně jednu minutu trval přechod mezi dvěma zatěžovacími stupni. Konstantní

velikost síly byla držena vždy v následujících dvou minutách. Dále bude ukázáno, že únosnosti nosníků jsou velmi rozdílné, jak bylo možné u takto heterogenního materiálu s náhodnými vlastnostmi předpokládat. Proto je část této práce věnována též vyztužování nosníků z lepeného lamelového dřeva, které pomůže do určité míry tyto vlastnosti sjednotit (podkapitola 3.3.3).

### 3.3.2 Dvacet nevyztužených nosníků

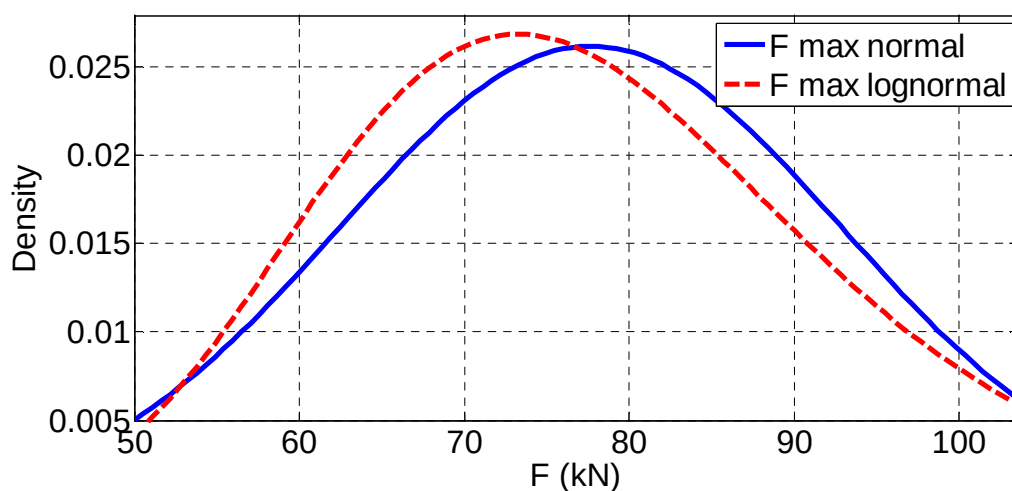
Nejprve bude věnována pozornost sérii dvaceti nevyztužených nosníků, dodaných, na rozdíl od třetí série, firmou TESKO a.s.. Celá dodávka pocházela z běžné výroby, proto jsou výsledky tohoto výzkumu dobře aplikovatelné do praxe. Zároveň byla velikost nosníků zvolena tak, aby rozměry a síly potřebné na destrukci nepřekročily možnosti laboratoře. Hmotnost přibližně 70 kg na jeden nosník také přispívá k relativně snadné manipulaci. Uplatnění dosažených výsledků se však očekává spíše u extrémních konstrukcí, jaké jsou popsány v kapitole 1.1.

| Nosník | $w_{srov}$<br>mm | $w_{max}$<br>mm | $F_{max}$<br>kN |
|--------|------------------|-----------------|-----------------|
| 1      | 19,15            | 42,4            | 103,08          |
| 2      | 19,09            | 22,3            | 54,06           |
| 3      | 17,13            | 20,08           | 54,44           |
| 4      | 17,11            | 25,72           | 70,16           |
| 5      | 18,85            | 29,12           | 70,68           |
| 6      | 18,64            | 35,34           | 86,48           |
| 7      | 18,77            | 39,65           | 94,42           |
| 8      | 19,09            | 32,57           | 78,34           |
| 9      | 20,15            | 27,26           | 62,62           |
| 10     | 18,88            | 40,88           | 94,50           |
| 11     | 19,34            | 29,65           | 70,64           |
| 12     | 16,87            | 29,13           | 78,38           |
| 13     | 19,12            | 36,53           | 86,56           |
| 14     | 18,24            | 37,68           | 94,50           |
| 15     | 21,71            | 32,98           | 70,48           |
| 16     | 18,8             | 28,67           | 70,42           |
| 17     | 19,65            | 37,22           | 86,40           |
| 18     | 18,41            | 25,1            | 61,86           |
| 19     | 17,56            | 23,81           | 62,34           |
| 20     | 21,03            | 48,3            | 102,72          |

*Tabulka 3.3.2.1: Hodnoty průhybů při srovnávacím a maximálním zatížení a hodnota maximálního zatížení u dvaceti nevyztužených nosníků první série.*

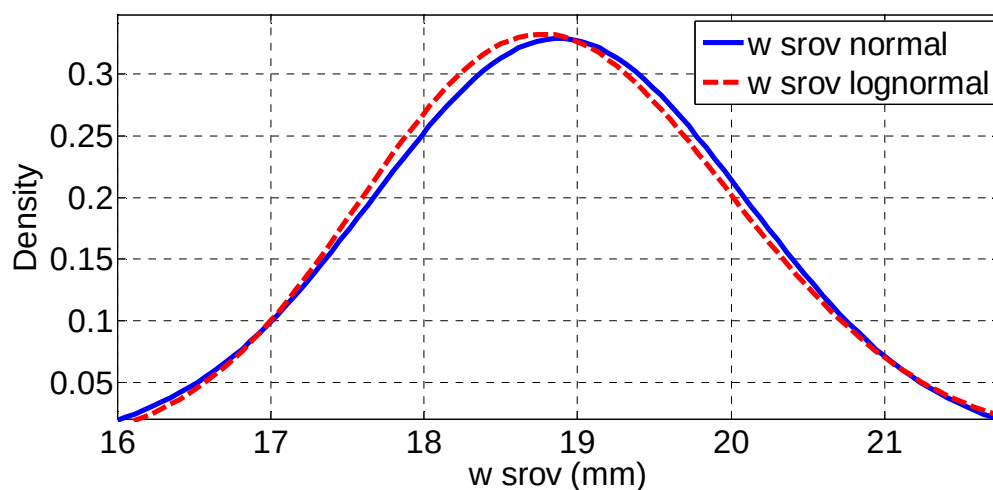
Výstupem popsaných ohybových testů je průhyb středu každého nosníku v závislosti na působícím zatížení, který je prezentován pouze jednou hodnotou příslušející danému zatížení. Ze souboru dvaceti nosníků však lze

velmi dobře vyhodnotit únosnosti těchto prvků, což je provedeno jednak v tabulce 3.3.2.1 a jednak graficky na obrázku 3.3.2.1.



Obr. 3.3.2.1: Funkce hustoty pravděpodobnosti maximálního zatížení dvaceti nosníků.

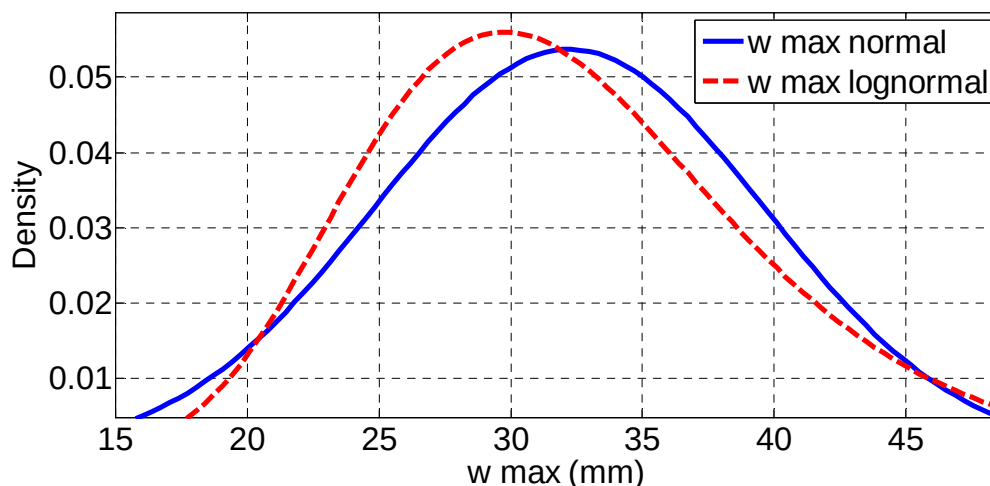
Pozoruhodný je zejména fakt, že k destrukci nejméně únosného prvku došlo při zatížení 54 kN, zatímco nejúnosnější prvek se porušil až při síle téměř dvojnásobné, tedy 103 kN.



Obr. 3.3.2.2: Funkce hustoty pravděpodobnosti průhybů při srovnávacím zatížení dvaceti nosníků.

Nárůst průhybů během zatěžování to navíc naprosto nenaznačoval, neboť průhyb obou nosníků při srovnávacím zatížení je prakticky totožný (19,15 a 19,09 mm). Kromě toho odpovídá větší průhyb během zatěžování

únosnějšímu z obou nosníků. Právě možnost srovnání všech nosníků podle průhybů, vedla ke stanovení srovnávacího zatížení na 48 kN, což byl poslední zatěžovací stupeň, při kterém ještě nebyl poškozen žádný ze dvaceti nosníků.



Obr. 3.3.2.3: Funkce hustoty pravděpodobnosti průhybů při maximálním zatížení dvaceti nosníků.

Sledování mechanismu poškození nosníků bylo umožněno až natáčením průběhu zatěžovací zkoušky kamerou, které bylo realizováno ve druhé a třetí sérii experimentů.

| Veličina        | Normální |          | Lognormální |          |
|-----------------|----------|----------|-------------|----------|
|                 | $\mu$    | $\sigma$ | $\mu$       | $\sigma$ |
| $w_{srov}$ (mm) | 18,880   | 1,213    | 2,936       | 0,064    |
| $w_{max}$ (mm)  | 32,220   | 7,429    | 3,447       | 0,233    |
| $F_{max}$ (kN)  | 77,654   | 15,255   | 4,334       | 0,199    |

Tabulka 3.3.2.2: Statistické parametry průhybů při srovnávacím zatížení, maximálních průhybů a maximálního zatížení ze souboru dvaceti nosníků.

Jak bude dále podrobně rozebráno, je poškození iniciováno zpravidla seskupením poškození dřeva v některé velmi namáhané lokalitě, to je střední třetině nosníku, při popsaném čtyřbodovém ohybovém testu, a to v blízkosti spodního povrchu. Samostatné vyhodnocení průhybů všech nosníků, při srovnávacím zatížení, je provedeno v obrázku 3.3.2.2 a jeho statistiky jsou potom uvedeny jako součást tabulky 3.3.2.2. Představu o náhodnosti vlastností sledovaných nosníků si můžeme udělat z rozdílu

minimálního průhybu při tomto zatížení, to je 16,87 mm nosníku 12 a maximálního průhybu 21,71 mm nosníku 15. Rozdíl je přibližně 25% z maximální hodnoty.

Poslední obrázek této podkapitoly 3.3.2.3 dokumentuje maximální průhyby dosažené před porušením nosníků. Maximální dosažený průhyb nosníků v této sérii je 48,3 mm (při zatížení  $F = 102,72$  kN) na nosníku rozpětí 4,2 metru.

Kromě orientace v rozdílnosti vlastností sledovaného souboru nosníků nám tyto výstupy poslouží při odhadu mechanismu poškození v podkapitole 4.3.2. Zároveň je možné stanovit nárůst únosnosti při maximálním zatížení a zmenšení průhybu při srovnávacím zatížení s nosníky různě vyztuženými. Měřené průhyby nám rovněž pomohou ověřit správnost MKP modelů těchto nosníků, sestavených pomocí pravděpodobnostních charakteristik modulů pružnosti v jednotlivých segmentech, jak je uvedeno v částech 2.1 a 4.1.

### 3.3.3 Třicet nosníků vyztužených na spodním povrchu vysokopevnostní lamelou

Tato skupina se dělí na dvě větší podskupiny podle typu použitých výztužných vláken v kompozitových lamelách. Polovina nosníků byla vyztužena lamelou s uhlíkovými vlákny a druhá polovina se skelnými vlákny. Aby bylo možné vyhodnotit také vliv stupně vyztužení na průhyb a únosnost prvků, byla každá patnáctičlenná podskupina rozdělena na třetiny, lišící se tloušťkou příslušné výztužné lamely. V případě uhlíkových výztužných vláken jsou použity tloušťky lamely 2, 4 a 6 milimetrů, v případě skelných vláken 5, 10 a 15 milimetrů. Veškeré lamely byly nalepeny na spodní povrch nosníku stejného původu i rozměrů, jako u série dvaceti nevyztužených nosníků. Nalepení lamely pouze na horní povrch by u tohoto typu namáhání nemělo smysl, neboť k prvnímu poškození, dokumentovanému v podkapitole 4.3.1, dojde vždy na taženém povrchu.



*Obr. 3.3.3.1: Vyztužený nosník z lepeného lamelového dřeva.*

Celková výška průřezu byla 320 milimetrů jako u nosníků nevyztužených, pocházejících ze stejné dodávky, plus příslušný počet milimetrů výztužné lamely. Část nosníku, který je na spodním povrchu vyztužen vysokopevnostní lamelou je vidět na obrázku (3.3.3.1).

Výsledky ohybových testů všech nosníků, to je vyztužených i nevyztužených jsou shrnuté v tabulce 3.3.3.1. Protože je podrobný rozbor celé této skupiny 30 nosníků proveden v publikaci [3.1], jsou zde uvedeny již pouze průměry příslušné veličiny v celých podskupinách nosníků. Výjimkou jsou pouze poslední dva sloupce tabulky 3.3.3.1, které udávají minimální hodnotu zatížení, respektive průhybu, při poškození nosníku ( $F_{min}$ ,  $w_{min}$ ). Zjistit minimální únosnost je pro navrhování stavebních konstrukcí pochopitelně velmi podstatné.

Vyhodnotíme-li průměrnou sílu potřebnou k poškození nosníku, respektive odpovídající průhyb ( $F_{max}$ ,  $w_{max}$ ), zjistíme, že k nejvyššímu nárůstu únosnosti v závislosti na stupni vyztužení, došlo mezi nevyztuženými nosníky a nosníky vyztuženými lamelou C2 (2 milimetry silná kompozitová lamela s uhlíkovými vlákny). Tento nárůst byl dokonce vyšší než mezi nevyztuženými nosníky a nejslabší lamelou se skelnými vlákny G5.

Rozdíl mezi průměrnou únosností příslušné skupiny nosníků a silou, kdy došlo k poškození prvního nosníku z dané skupiny je relativně velký. Je způsoben zásadní změnou mechanismu poškození vyztužených nosníků oproti nosníkům nevyztuženým, kde se projeví náhodnost parametrů a vad dřeva u horního nevyztuženého povrchu.

Pokud je spodní povrch silně vyztužen, dojde k poškození vždy v horní tlačené oblasti, a to v nejnamáhanější střední třetině nosníku. Destrukce každého ze třiceti nosníků začala vždy vyštípnutím části dřeva v této oblasti. Předběžné výpočetní modely naopak prokázaly, že velký rozptyl modulů pružnosti dřeva ve směru vláken přestává hrát roli, neboť modul pružnosti výztužné lamely je 3x a ž 7x vyšší, než průměrný modul pružnosti dřeva. V souladu s teoretickým předpokladem se neutrální osa při ohybu výrazně posune směrem dolu. Tlačená je potom daleko větší část průřezu, což vede k nárůstu únosnosti prvku. I po destrukci zůstala každá lamela vždy celistvá a k nosníku přilepená.

Srovnávací zatížení, při kterém dojde k průměrným průhybům uvedeným ve druhém sloupečku tabulky 3.3.3.1 je stanoveno na 48 kN, což odpovídá poslednímu zatěžovacímu stupni před poškozením prvního nevyztuženého nosníku (podkapitola 3.3.2).

Pokud budeme za kritérium použitelnosti nosníků považovat průhyb roven 1/300 rozpětí, bude tato hodnota pro sledované nosníky 14 milimetrů. U



nevyztužených nosníků bude průhyb 14 milimetrů dosažen přibližně pro zatížení 36 kN, což je 67% minimální únosnosti. Pro vyztužené nosníky je hodnota požadovaného maximálního průhybu dosažena na 34% pro skupinu C2 a C4, 36% pro C6, 38% pro G5, 36% pro G10 a 31% pro G15. Jak je vidět, jsou takto vyztužené nosníky, při dodržení maximálního požadovaného průhybu, využity pouze na 31 až 38% své nejnižší únosnosti.

|         | $w_{srov.}$<br>(mm) | %   | $w_{max.}$<br>(mm) | %   | $F_{max.}$<br>(kN) | %   | $F_{min.}$<br>(kN) | $w_{min.}$<br>(mm) |
|---------|---------------------|-----|--------------------|-----|--------------------|-----|--------------------|--------------------|
| Nevyzt. | 18,88               | 100 | 32,22              | 100 | 77,65              | 100 | 54                 | 22,3               |
| C2      | 16,7                | 88  | 48,13              | 149 | 128,4              | 165 | 118                | 41,89              |
| C4      | 14,64               | 77  | 51,47              | 160 | 147,6              | 190 | 134                | 57,91              |
| C6      | 13                  | 69  | 53,65              | 166 | 164                | 211 | 142                | 43,28              |
| G5      | 15,74               | 83  | 51,52              | 160 | 134,4              | 173 | 112                | 37,15              |
| G10     | 14,42               | 76  | 58,55              | 182 | 154,4              | 198 | 128                | 53,24              |
| G15     | 13,03               | 69  | 63,53              | 197 | 177,2              | 228 | 168                | 48,52              |

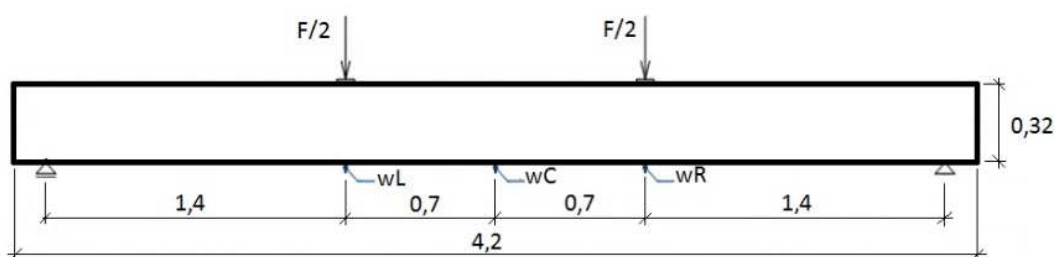
*Tabulka 3.3.3.1: Průměr příslušné veličiny ze skupiny nosníků bez vyztužení a s výztužnou uhlíkovou lamelou (C) a lamelou se skelnými vlákny (G), příslušné tloušťky v milimetrech.*

V podkapitole 3.5 je použita výztužná fólie s uhlíkovými vlákny, kterou lze navíc aplikovat dodatečně na stávající konstrukci, oproti zde prezentovaným lamelám. Kromě toho je také významně levnější.

### 3.4 Nosníky druhé série

Pět nosníků druhé série bylo opět dodáno firmou TESKO a.s., stejně jako celá první série padesáti nosníků. Opět šlo o část z běžného výrobního programu, proto jsou dosažené výsledky dobře aplikovatelné do praxe. Hlavním záměrem je experimentální program již přesně zacílit na řešení problémů detekovaných v rozsáhlé první sérii.

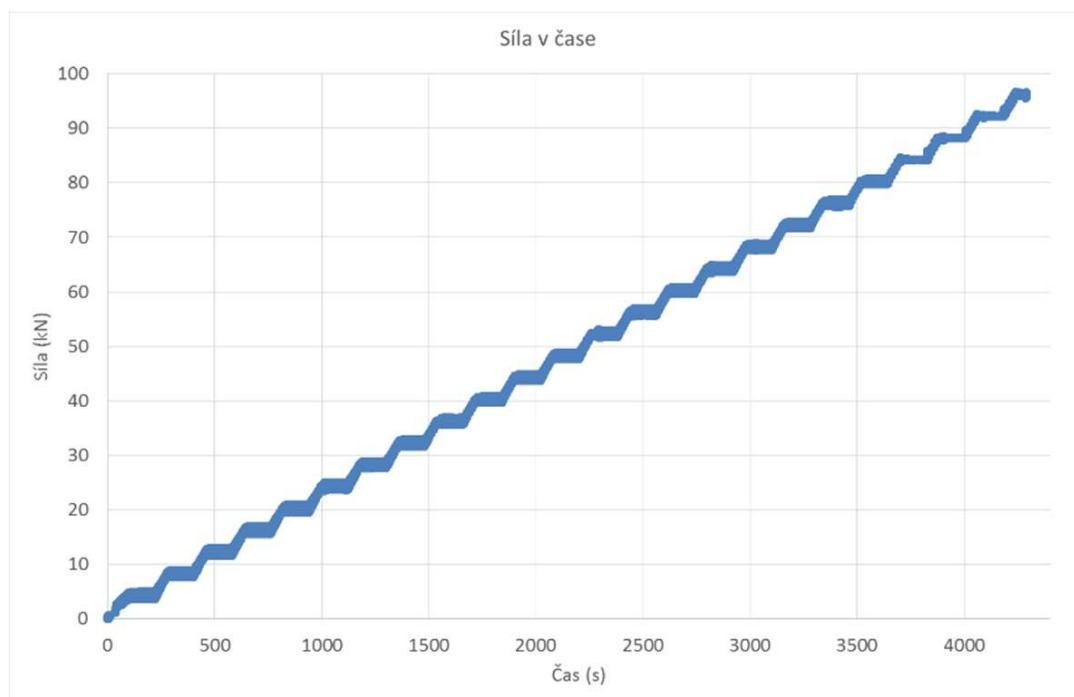
Uspořádání experimentálních měření druhé série nosníků bylo přizpůsobeno záměru rozvinout implementaci pravděpodobnostních metod do MKP modelů nosníků z lepeného lamelového dřeva. Jak je uvedeno v části 3.2, bylo provedeno 3600 měření lokálních modulů pružnosti v každém z pěti nosníků. Velmi rozsáhlé soubory modulů pružnosti byly nutné jednak k použití relevantních vstupů do pokročilých MKP modelů založených na aplikaci metod Monte Carlo a LHS k vyjádření nekonstantních modulů pružnosti v segmentech nosníků (viz. část 2.1 a 4.1) a jednak byly prozkoumány možnosti metody zarážení trnu (viz část 3.1 a 3.2). Uspořádání ohybových zkoušek bylo podobné jako v první sérii, s několika drobnými rozdíly. Síly byly umístěny přesně ve třetinách rozpětí (viz. obrázek 3.4.1).



*Obr. 3.4.1: Schéma čtyřbodových ohybových testů nosníků druhé a třetí série.*

Proto je při srovnání s první sérií, pro získání přesných výsledků, třeba srovnat maximální dosažený moment. Jak je z obrázku 3.4.1 ve srovnání s obrázkem 3.3.1.1 patrné, působíště sil byla posunuta o 5 cm, což hraje ve výsledku velmi malou roli. Podstatná změna však spočívá v měření průhybů, které byly pro předcházející sérii nosníků známy pouze jednou hodnotou uprostřed nosníku pro každý zatěžovací stupeň. Protože lze průhyby měřit velmi přesně (mnohonásobně přesněji než lokální moduly pružnosti) jsou základem pro vytvoření funkce věrohodnosti (viz. 2.2 a 4.2) v Bayesovském updatingu. Bylo jich tedy snímáno 7. U každé podpory po jednom, aby bylo kompenzováno její zatlačení. Další tři snímače posunutí

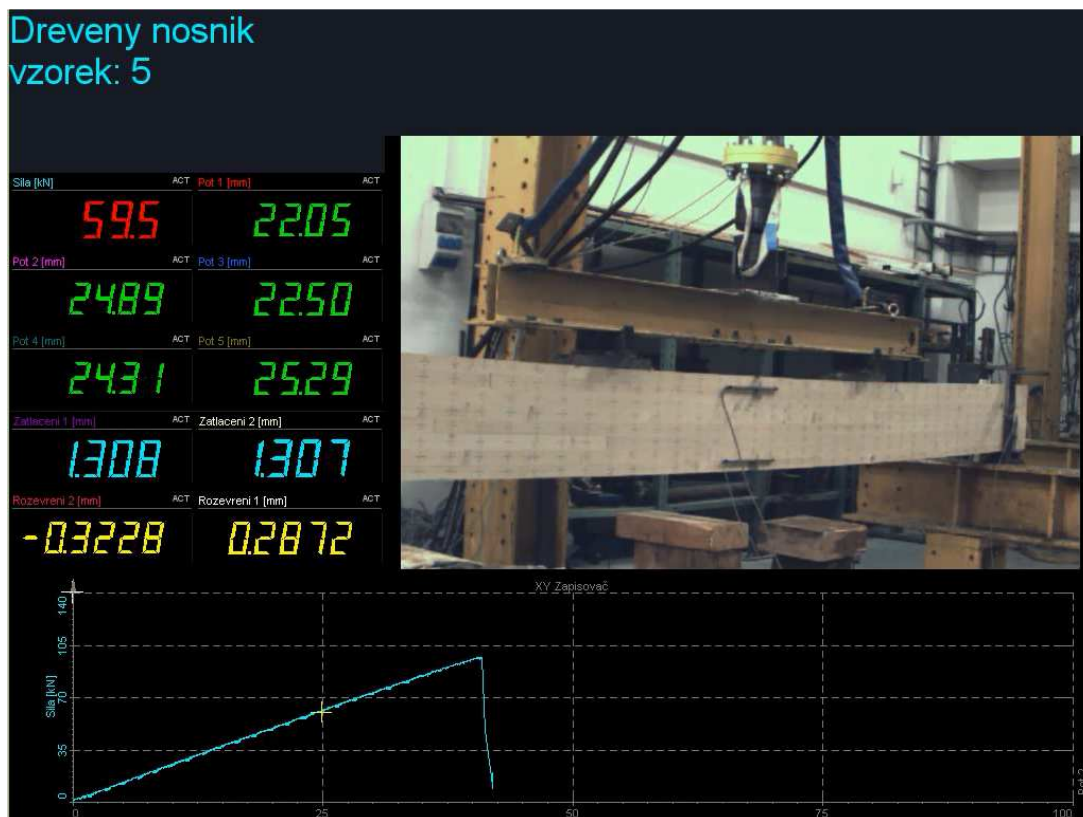
byly osazeny uprostřed nosníku, za sebou (při čelním pohledu), aby bylo vystiženo případné prostorové chování konstrukce a pochopitelně pro kontrolu v případě selhání jednoho ze snímačů. Poslední dva snímače byly osazeny na spodním povrchu nosníku, po jednom pod každým břemenem. Bayesovský updating (viz. část 2.2 a 4.2) řešíme ve 2D. Proto je výstupem průhyb pod levou silou ( $w_L$ ), průhyb uprostřed nosníku ( $w_C$ ) a průhyb pod pravou silou ( $w_P$ ) viz. obrázek 3.4.1, a to v jednom časovém okamžiku, což představuje pro Bayesovský updating velké upřesnění. Zároveň pro něj máme průhyby změřené v každém zatěžovacím stupni. Zatěžovacích stupňů je dvojnásobek oproti testům předcházející série (viz. obrázek 3.4.2), protože síla přirůstala po 4 kN, oproti 8 kN v první sérii. Trvání zkoušky bylo vždy přibližně jednu hodinu. Zatěžování trvalo 60 sekund a síla byla držena konstantně 120 sekund. Počet zatěžovacích stupňů se liší nosník od nosníku, protože zkoušky probíhaly až do porušení.



*Obr. 3.4.2: Průběh síly v čase v nosníku 5 druhé série. Silové přírůstky jsou 4 kN v jednom zatěžovacím stupni.*

V této části experimentální studie je důležité stanovit, který průhyb daného zatěžovacího stupně budeme v Bayesovském updatingu uvažovat. Průhyby jsou snímány měřicí aparaturou kontinuálně s frekvencí 20 Hz (to je po 0,05 s). Kromě vstupů do Bayesovského updatingu je tedy možné rozebrat krátkodobé dotvarování dřeva (viz podkapitola 2.4, respektive 4.4).

Druhým zásadním přínosem těchto experimentů je kamerový záznam rozhodující části zkoušek, který je propojen se všemi snímači (obr. 3.4.3).

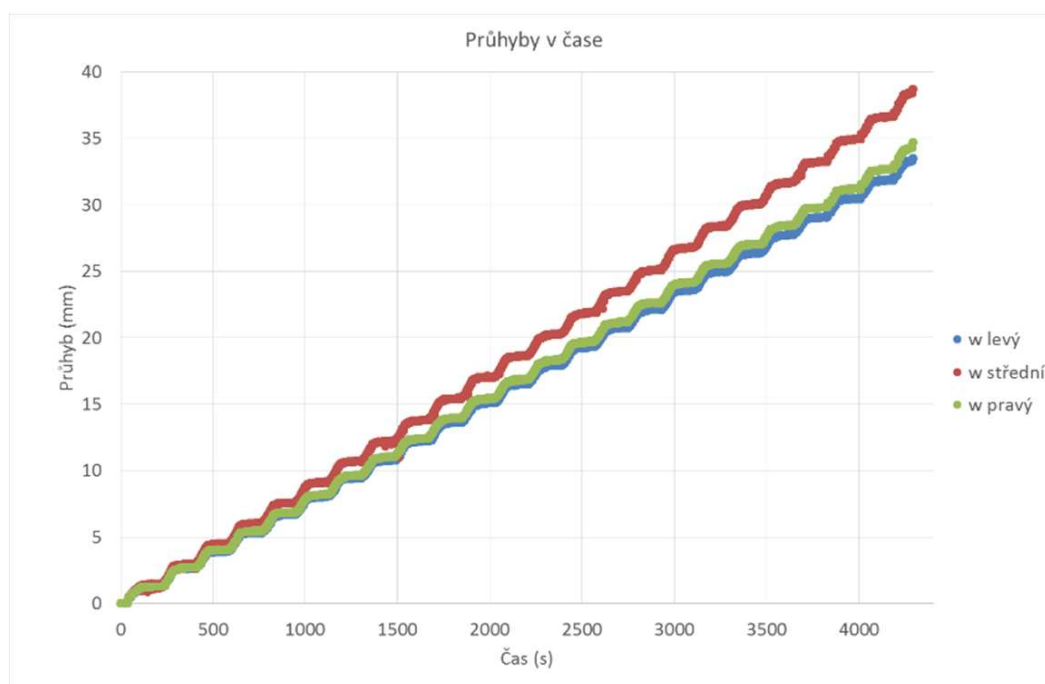


Obr. 3.4.3: Dokumentace průběhu ohybové zkoušky.

Tento záznam nám dovoluje exportovat série fotografií zachycujících poškození nosníku, což je rozebráno v části 3.4.2.

### 3.4.1 Okamžitý nárůst průhybů nosníků z lepeného lamelového dřeva v průběhu ohybové zkoušky

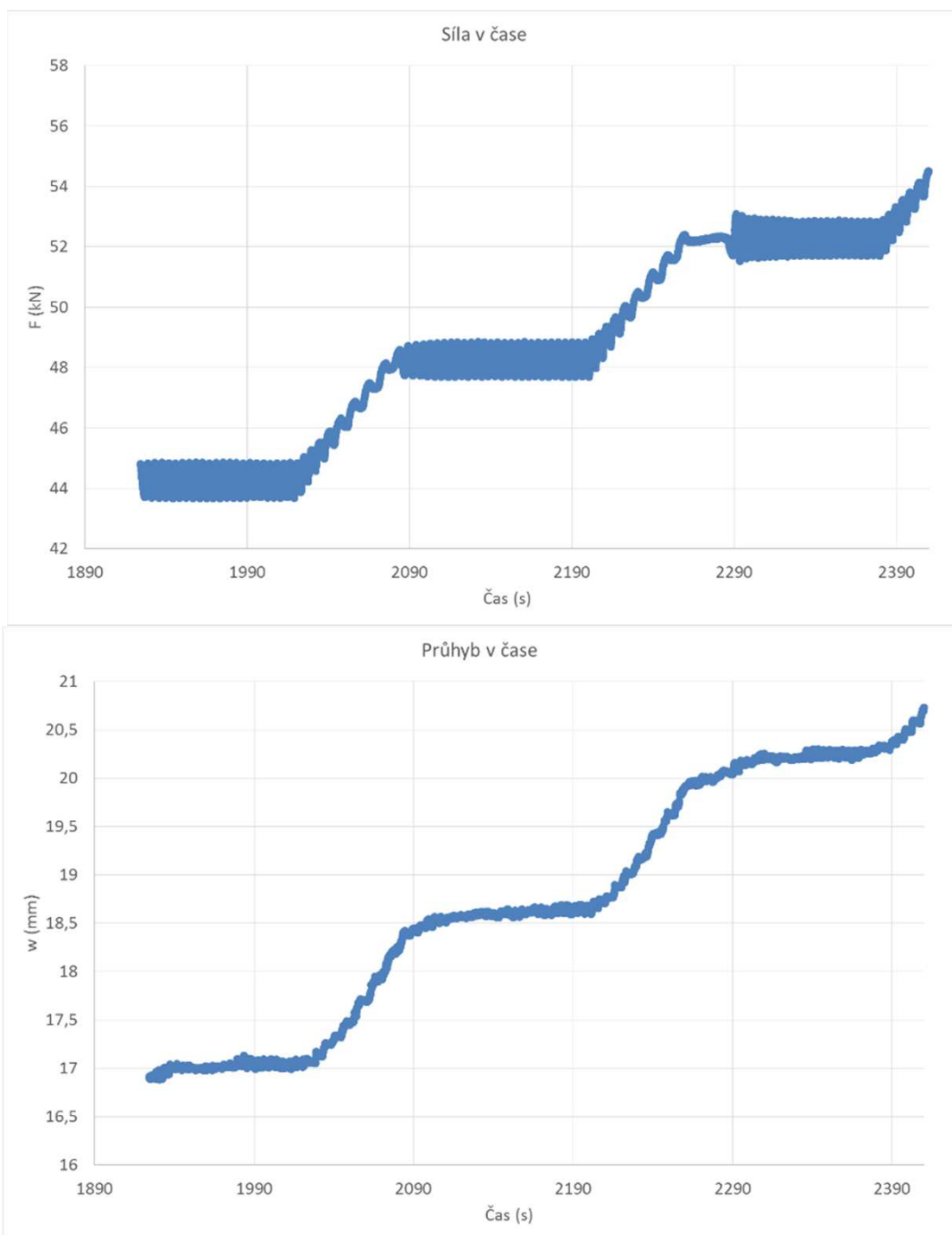
Okamžitý nárůst průhybů nosníků z lepeného lamelového dřeva je zde prezentován na jednom z nich. Průběhy třech průhybů ( $w_L$ ,  $w_C$  a  $w_P$ ) viz. obrázek 3.4.1 v průběhu celé zatěžovací zkoušky je zachycen na obrázku 3.4.1.1, který koresponduje s nárůstem síly v čase z obrázku 3.4.2.



Obr. 3.4.1.1: Průběh průhybů v čase v nosníku 5 druhé série.

Je patrné, že v globálním měřítku je průhyb lineární funkcí zatížení, což nás opravňuje předpokládat pro vypočtené průhyby do funkce věrohodnosti (části 2.2 a 4.2) také lineární model. Pro stanovení hodnoty průhybu příslušející danému zatěžovacímu stupni do Bayesovského updatingu a postižení krátkodobého dotvarování je třeba rozebrat detaily několika zatěžovacích stupňů a výsledky zpětně globalizovat.

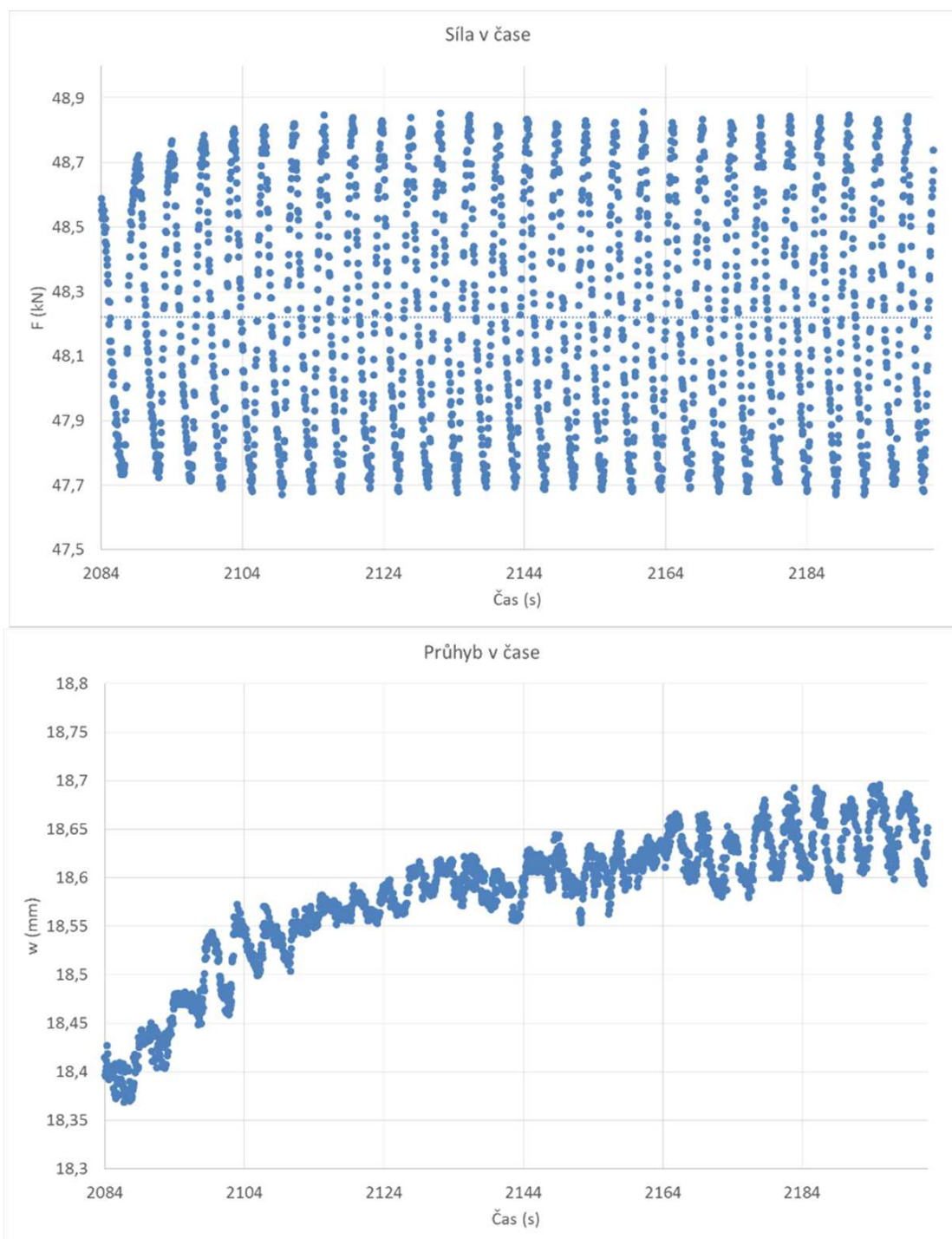
Smyslem je zejména rozhodnout, jak dlouhý časový interval z měření průhybů při konstantním zatížení budeme uvažovat. Na obrázku 3.4.1.2 jsou prezentovány tři zatěžovací stupně v čase. Síla na úrovni 48 kN byla u nosníku 5 přibližně v polovině jeho únosnosti. Proto má síla a odpovídající průhyb na tomto obrázku ještě zcela typický průběh, což je patrné z obrázku 3.4.1.3. Zde je vyňata část z grafu 3.4.1.2. Při frekvenci snímání 20 Hz je patrné, že síla oscilovala v blízkosti nastavené hodnoty 48 kN. Tento obrázek nám dává také představu o tom, jaká je přesnost nastavení síly při provádění experimentu.



*Obr. 3.4.1.2: Zatěžovací stupeň na úrovni 1/2 maximální síly, průběh síly a odpovídajícího průhybu v detailu třech zatěžovacích stupňů.*

Z průhybů na obrázcích 3.4.1.3 je patrné, že jeho hodnota také osciluje, ale nikoliv okolo konstanty, ale okolo nelineárně stoupající křivky.

Rozdíl mezi okamžitou hodnotou naměřenou uprostřed nosníku a hodnotou po 120 sekundách je 0,25 mm. V této fázi zatěžování ještě nehrají roli případné trhliny v nosníku.

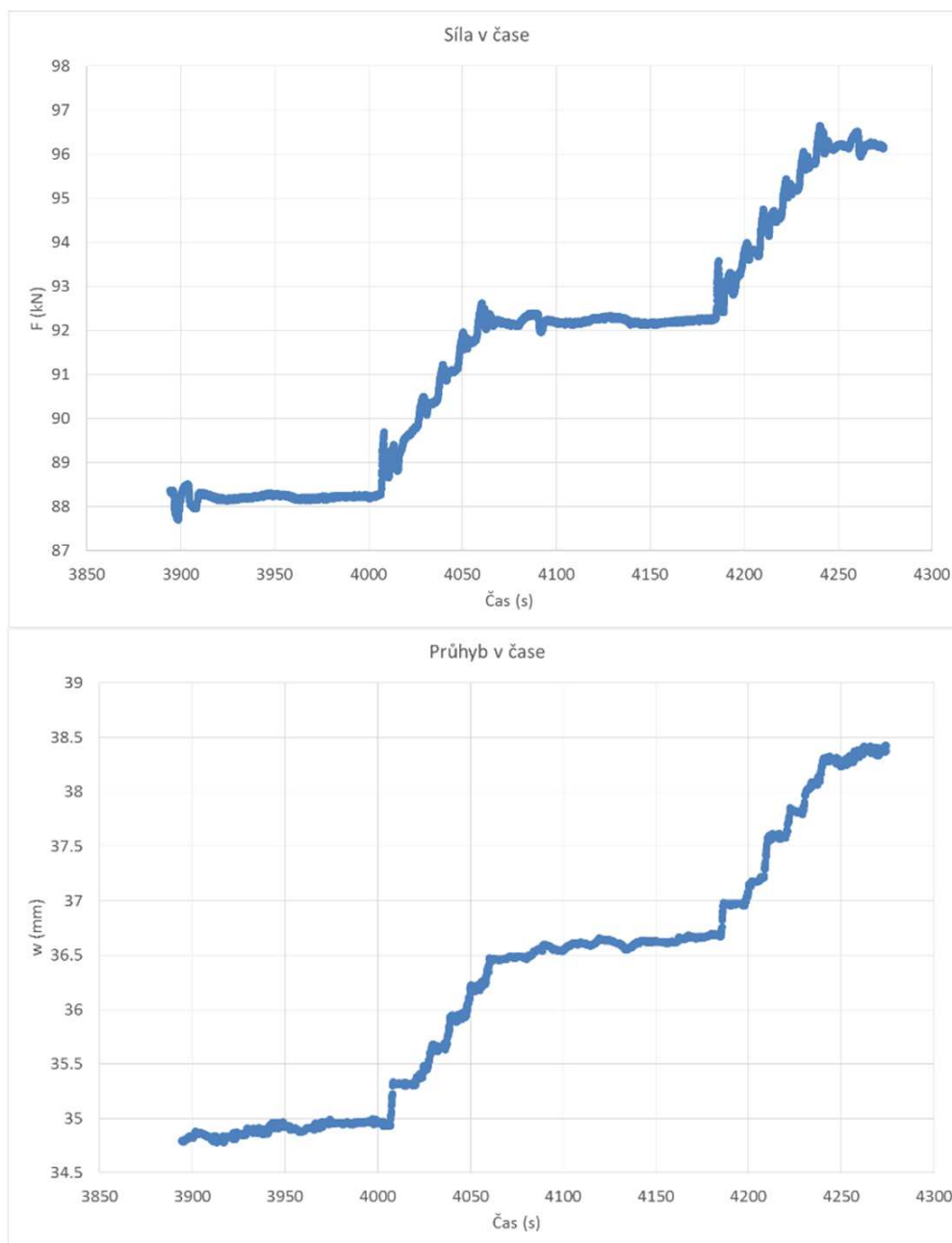


*Obr. 3.4.1.3: Zatěžovací stupeň na úrovni 1/2 maximální síly, průběh síly a odpovídajícího průhybu v detailu.*

Určitou roli může hrát případné dotlačování roznášecí desky pod zatížením. To zde není měřeno, ale je možné ho zhruba odhadnout z měřeného zatlačení podpor při stejném zatížení. Průměrné zatlačení má při tomto zatížení nosníku 5 stejný charakter. Jeho nárůst během daného časového úseku je přibližně 0,016 mm. Protože délka roznášecí desky pod zatížením byla 0,32 m a pod podporou 0,1 m, lze dopočítat, že na případné zatlačení



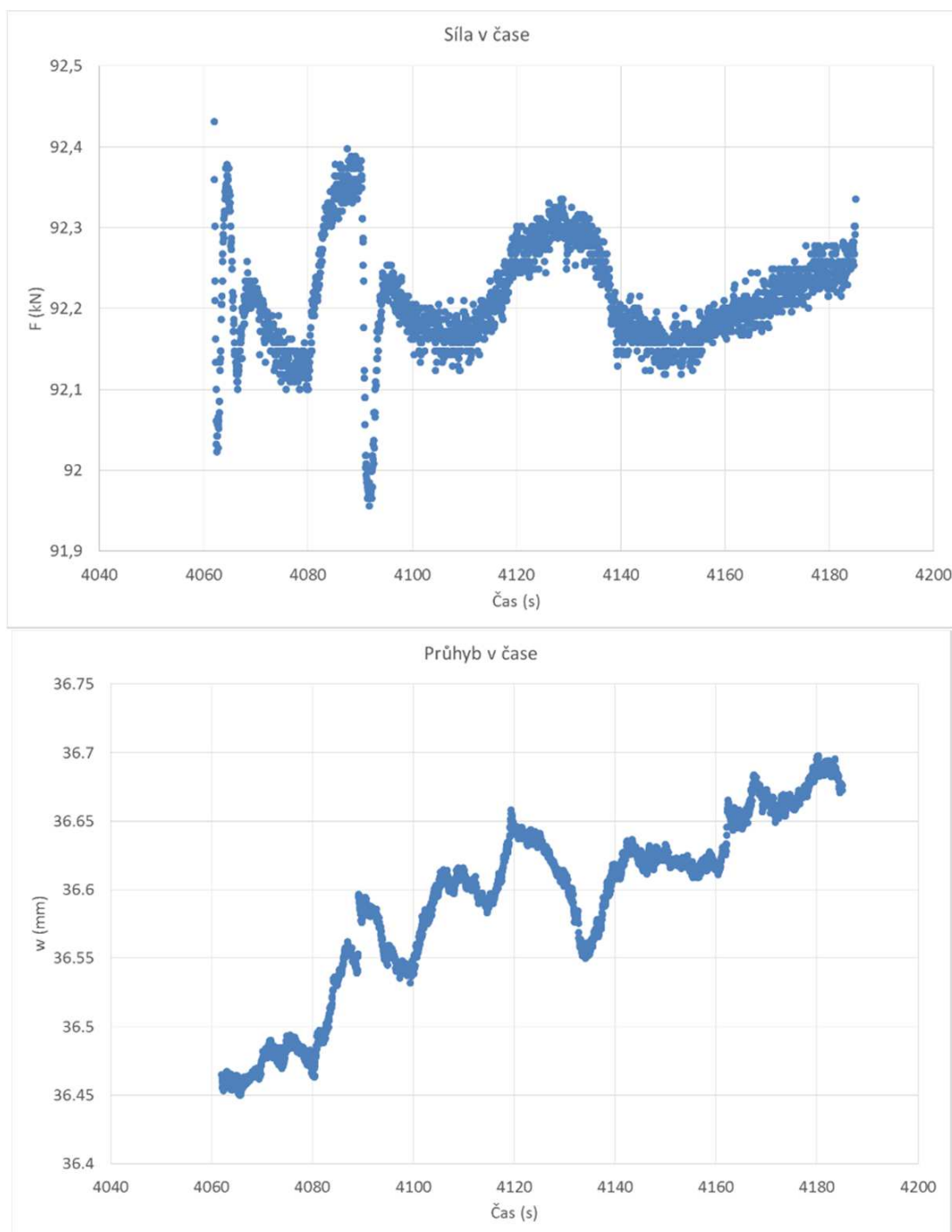
roznášecí desky případně 0,005 mm. Tuto hodnotu můžeme, vzhledem k měřenému nárůstu průhybů 0,25 mm zanedbat.



*Obr. 3.4.1.4: Zatížení pro jeden zatěžovací stupeň před maximálním zatížením, průběh síly a odpovídajícího průhybu v detailu třech zatěžovacích stupňů.*

Nárůst průhybů v rámci daného zatěžovacího stupně je tedy pravděpodobně způsoben krátkodobým dotvarováním dřeva. Pro stanovení měřené hodnoty průhybu z toho plyne, že jako střední měřená hodnota musí být použita ustálená hodnota na konci intervalu.





*Obr. 3.4.1.5: Zatížení pro jeden zatěžovací stupeň před maximálním zatížením, detail průběhu síly a odpovídajícího průhybu.*

Větší problém nastává v případě vyšších zatěžovacích stupňů (obr. 3.4.1.5), kdy je i udržení konstantní síly do značné míry problematické. Pravděpodobně je to způsobeno měřením na již poškozeném nosníku, i když poškození nemusí být ještě viditelné. Proto by bylo možné konstatovat, že počáteční (okem neviditelné) trhliny nastaly při zatížení, kdy již nebyla síla držena konstantně. Konkrétně pro pět nosníků z druhé série jsou následující

velikosti sil, od kterých přestává být možné držet v jednotlivých zatěžovacích stupních sílu konstantně. Pro první nosník, jehož destrukce proběhla klopením je to 56 kN. Nosník 2 byl poškozen při zatížení z roviny dříve, než došlo k efektu, kdy síla již kolem nastavené hodnoty neoscilovala. U nosníku 3 přestala síla oscilovat kolem nastavené hodnoty při 52 kN, což je cca 1/2 únosnosti, u nosníku 4 to bylo pro 72 kN, což jsou cca 2/3 únosnosti. Destrukce nosníku 5 nastala při 96 kN a nastavená síla přestala oscilovat při 84 kN. Hodnoty průhybů při vysokých zatíženích jsou tedy uvažovány také ustálenou hodnotou před dalším přitížením, neboť veškeré naměřené hodnoty jsou již na poškozeném nosníku.

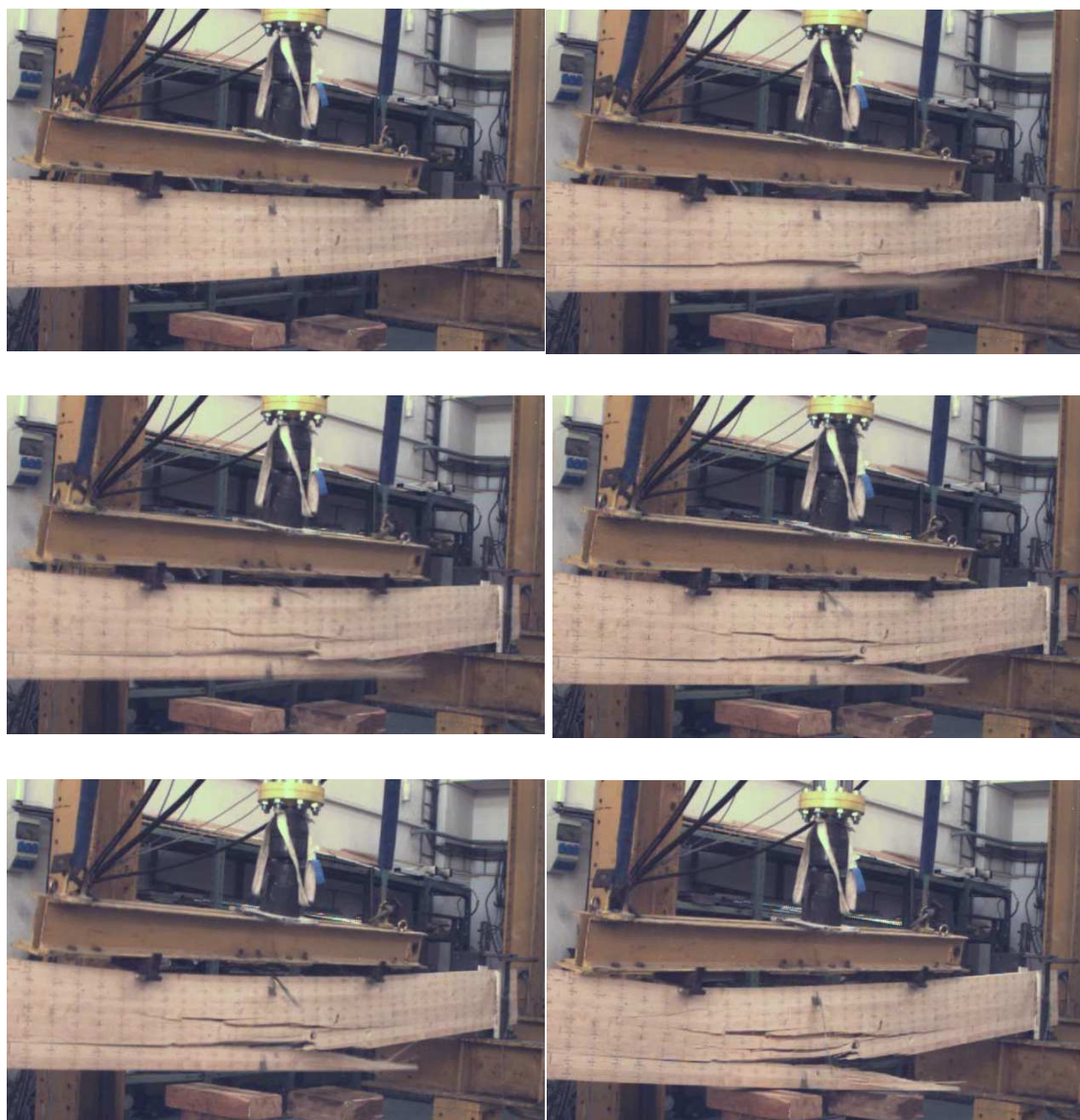
### **3.4.2 Poškození nosníků z lepeného lamelového dřeva v průběhu ohybové zkoušky**

Poškození nosníků z lepeného lamelového dřeva při čtyřbodové ohybové zkoušce je dokumentováno primárně pro tuto sérii nosníků. Jeho prezentace je závislá na kamerovém záznamu zkoušky, který nebyl pro nosníky první série ještě pořizován. Naopak u třetí série je také dobře použitelný, ale pouze u nosníků, které nebyly z bočních stran pokryty barvou. Velkým pokrokem ve třetí sérii je totiž souběžné použití optické metody DIC (Digital Image Correlation), během ohybové zkoušky, která nanesení barvy na sledované povrchy vyžaduje. Oba nevyztužené nosníky třetí série byly metodou DIC analyzovány. Souvislost mezi vznikajícími trhlinami, zubovitými spoji a vadami dřeva zde proto není dobře patrná, přesto jsou v kapitolách 3.5.1 a 3.5.2 uvedeny.

Cílem této podkapitoly je odhalit mechanismus poškození nosníků. Proto zde bude podrobně prezentován jeden nosník po druhém a závěry zobecněny do konstrukčních doporučení. Pozoruhodný je zejména velký rozptyl v únosnostech, který se pohyboval od 68 kN do 128 kN. Jak bude prokázáno dále, způsoby destrukce jsou pro oba mezní případy zcela rozdílné. Kromě série klíčových fotografií vybraných z videa a samostatných detailů kritických míst jsou uvedena vždy také schémata příslušného nosníku s polohami zubovitých spojů, případně velkých suků. Jejich porušení v konečné fázi nemusí znamenat, že byly příčinou kolapsu nosníku, ale byly poškozeny až přetížením během destrukce. Odhalení časového postupu poškození je velkým přínosem použití videozáznamu. Na šíření trhlin má vliv i různá hustota dřeva a tedy modul pružnosti ve směru vláken v sousedních segmentech, na schématech uvedený. Některá tato schémata jsou oproti obrázku 3.2.1 zrcadlově převrácena (konkrétně nosník 2 a nosník 5), neboť kamera byla umístěna ze zadní strany nosníků. Video také prokázalo, že kolaps nastal vždy do 1 sekundy od zachycení první viditelné trhliny. Orientaci ve fotografiích navíc usnadňuje pravidelná síť bodů pro nedestruktivní zkoušky, nanesená na boční povrchy všech nosníků v sérii (obr. 3.2.2).

U prvního nosníku prezentované druhé série nedošlo k destrukci vznikem trhlin, ale k jeho sklopení, které bylo u ostatních nosníků již zajištěné. Nosník 2 se zmiňovanou nejnižší únosností (destrukce při  $F = 68$  kN) byl těsně před kolapsem zatížen z roviny, mimo původní svislou osu. To mohlo být příčinou jeho netypicky nízké únosnosti. Pro samotný začátek destrukce byla klíčová dvojice velkých suků, přes celou šířku lamely. Jejich vzájemná

vzdálenost byla pouze 35 mm a nacházely se ve druhé a třetí dolní lamelle střední třetiny nosníku (obr. 3.4.2.1). Od tohoto místa se také začala šířit trhlina, a to bez ohledu na podélné lepené spáry mezi lamelami.



|      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|
| 11,5 | 10,6 |      |      |      | 13,4 |
| 12,6 |      | 12,8 |      |      | 13,5 |
| 13,9 | 13   | 12,7 |      |      | 13,2 |
| 12,8 |      | 13,1 | 12,5 |      | 14,3 |
| 12,8 |      |      |      | 12,8 |      |

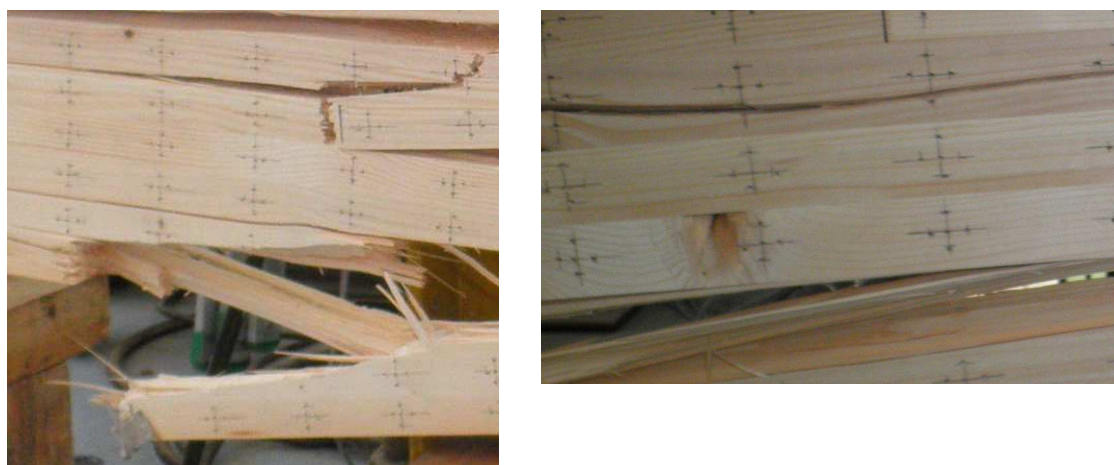
Obr. 3.4.2.1: Postupný rozvoj trhlin nosníku 2 spolu s rozmístěním zubovitých spojů a dvojice extrémních suků. Průměrné moduly pružnosti ve směru vláken v GPa jsou pro jednotlivé úseky také uvedeny.

Zubovitý spoj v dolní lamelé tuto trhlinu ukončil. Byl rozlomen jen v malé části. Příčinou jeho částečného poškození mohl být i velký rozdíl modulů pružnosti mezi oběma spojovanými úseky (1,5 GPa). Trhlina v oblasti nad suky se začala šířit až jako třetí, neboť v tomto okamžiku byl tento úsek již tažen. Poznatek, že poškození zubovitého spoje v dolní tažené lamelé nebylo příčinou kolapsu nosníku, ale jeho důsledkem je zde zásadní (obr. 3.4.2.2).



*Obr. 3.4.2.2: Detail okolí suku, kde vznikla první trhlina a malého poškození zubovitého spoje, který ukončil šíření trhliny ve spodní lamelé.*

Dílčí konstrukční doporučení plynoucí z poškození tohoto nosníku jsou dvě. Jednak je vhodné důsledně odstraňovat velké suky (přes celou šířku lamely). Pokud odstraněny nejsou, musí se vyloučit jejich seskupení.



*Obr. 3.4.2.3: Oba poškozené zubovité spoje a šíření trhlin středem lamel.*



Za druhé je při umístění nosníku do konstrukce také třeba věnovat pozornost rozmístění zubovitých spojů na taženém povrchu.



|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| 11,7 |      | 11,2 |      |
|      | 12,3 |      | 11,3 |
| 11,3 |      | 13,5 |      |
|      | 11,7 |      | 11,1 |
|      | 11,7 | 11,3 | 12,9 |
|      | 10,6 |      | 11,5 |
| 11,8 |      | 11,0 |      |
| 10,9 | 11,9 | 11,9 | 12,1 |

Obr. 3.4.2.4: Postupný rozvoj trhlin nosníku 3 spolu s rozmístěním zubovitých spojů a vyznačením obou kritických. Průměrné moduly pružnosti ve směru vláken v GPa jsou pro jednotlivé úseky také uvedeny.

U nosníku 3 došlo k první poruše v zubovitém spoji spodní lamely, který byl náhodně umístěn přesně uprostřed rozpětí (obr.3.4.2.3). Od místa poškozeného spoje se prasklina šířila vpravo vzhůru druhou spodní lamelou. Poté došlo k otevření podélné trhliny ve třetí spodní lamele. Tato lamela má v celém středním úseku nejmenší modul pružnosti z celého nosníku, to je nejmenší pevnost. Třetí porucha nastala v netypickém spoji v páté lamele zdola, který byl shodou okolností umístěn cca 25 cm vpravo od prvotně poškozeného spoje (obr. 3.4.2.4). Další poškození již následovala spojením všech existujících trhlin. Maximální síla při kolapsu nosníku byla 88 kN, což je hodnota nejčastější. U tohoto nosníku byla spodní lamela rozdělena na čtyři části a jeden ze spojů byl nevhodně umístěn přesně uprostřed rozpětí. V blízkosti poloviny rozpětí jsou nevhodně umístěny ještě spoje dalších čtyř lamel. Pět lamel z osmi je tedy spojeno uprostřed rozpětí nosníku. Lepší uspořádání segmentů vzhledem k jejich průměrným modulům pružnosti by bylo jistě také přínosem. Dílčí konstrukční doporučení je tedy nepoužívat netypické spoje, spodní taženou lamelu dělit na minimální počet úseků a veškeré spoje v nosníku distribuovat co nejrovnoměrněji. Spoj spodní lamely v polovině rozpětí je nevhodný. Čtvrtý nosník byl nejúnosnější z celé série. Jeho kolaps nastal při zatížení 128 kN. Způsob porušení je zcela odlišný oproti ostatním mnohem méně únosným nosníkům a zároveň mnohem rychlejší. První dvě uvedené fotografie (obr. 3.4.2.6) od sebe dělí jedna setina sekundy. Tyto dvě fotografie jsou po sobě bezprostředně následující snímky. Větší zpomalení videa je již nerealizovatelné.



*Obr. 3.4.2.5: Detail poškození v oblasti spoje a velkého suku spolu s ukončením šíření trhliny ve spoji.*

Je patrné, že na poškození konstrukce neměl vliv žádný zubovitý spoj ve spodní lamele. Došlo ke vzniku tří podélných trhlin, a to ve střední, nejnamáhanější třetině nosníku. Nejprve se otevřela trhlina v části třetí lamely, která měla z celého nosníku nejnižší podélný modul pružnosti (10,8



GPa), to je nejnižší hustotu dřeva. Následně se otevřela vodorovná trhлина o jednu lamelu výš, s průměrným modulem pružnosti v úseku 11,6 GPa.



|      |  |      |      |      |  |      |      |  |
|------|--|------|------|------|--|------|------|--|
| 12,5 |  |      |      | 11,6 |  |      |      |  |
| 12,6 |  |      |      |      |  | 12,6 |      |  |
| 11,7 |  |      | 13,1 |      |  | 13,6 |      |  |
| 11,2 |  |      |      | 10,9 |  |      |      |  |
| 11,1 |  | 11,6 |      | 10,9 |  | 10,9 |      |  |
| 11,9 |  |      | 10,8 |      |  |      | 11,5 |  |
| 11,4 |  |      |      | 11,5 |  |      |      |  |
| 11,3 |  |      |      | 11,4 |  |      |      |  |

Obr. 3.4.2.6: Postupný rozvoj trhlin nosníku v 4 spolu s rozmístěním zubovitých spojů. Spoj poškozený na konci destrukce je zvýrazněn. Naznačena je také poloha vypadlého velkého suku a v GPa jsou uvedeny průměrné moduly pružnosti ve směru vláken pro jednotlivé úseky.



[illegible]

104

Ojedinele došlo také k tomu, že v místě zubovitého spoje bylo šíření podélné trhliny ukončeno (obr. 3.4.2.5). K rozlomení spodní lamely přibližně v polovině rozpětí došlo až v poslední fázi destrukce.

První trhlina v pátém nosníku se otevřela od poškozeného spoje ve spodní lamelě směrem na zubovitý spoj ve třetí lamelě (obr. 3.4.2.7). Zde byla pravděpodobně nějaká skrytá vada, neboť kromě destrukce tohoto spoje došlo ještě k prasknutí čtvrté lamely, a to ve stejném místě (obr. 3.4.2.8). Odtud se šířila podélná trhlina. Následně se otevřela další podélná trhlina v páté lamelě, a to v úseku, který měl výrazně nižší modul pružnosti oproti okolí (11,4 GPa). Destrukce tohoto nosníku nastala při  $F = 96$  kN. Stejně jako u nosníku 3, je zde umístěn zubovitý spoj v polovině rozpětí, ten byl také příčinou kolapsu konstrukce. Konstrukční doporučení, na základě poškození tohoto nosníku, je tedy stejné. Vyvarovat se umístění zubovitého spoje v nejnamáhanější oblasti.



*Obr. 3.4.2.8: Místo prvního poškození v zubovitém spoji spodní lamely a detail poškozeného spoje v jedné lamelě a dřeva ve stejném místě následující lamely.*

Z vyhodnocení všech provedených zkoušek této série plyne, že při uvedeném způsobu namáhání je nevhodné dělit spodní lamelu zubovitými spoji v nejnamáhanější části (nosník 3 a 5). Pokud zubovité spoje umístíme sice v různých lamelách, ale blízko k sobě, a to v nejnamáhanější části konstrukce (nosník 3), dojde k poškození v tomto místě. Je třeba sledovat i rozmístění velkých suků v tažené oblasti. Dodržením těchto doporučení lze zvýšit únosnost sledovaných prvků o 1/3. Rozmístění suků a zubovitých spojů je z hlediska pevnosti nosníků z lepeného lamelového dřeva prvořadé.

### **3.5 Nosníky třetí série se souběžně použitou optickou měřicí metodou DIC (Digital Image Correlation) – destruktivní ohybové testy**

Třetí série nosníků jednak uplatňuje poznatky o vyztužování nosníků z lepeného lamelového dřeva ze série 1 pro dodatečné vyztužování těchto nosníků tkaninou s uhlíkovými vlákny a jednak zkoumá možnosti metody DIC jejím souběžným použitím během čtyřbodového ohybového testu. Čtyřbodový ohybový test je uspořádán stejně jako ve druhé sérii (obr. 3.4.1) včetně natáčení průběhu zkoušky kamerou. Její záznamy jsou použity primárně pro dokumentaci poškození nosníků (viz část 3.4.2). Jedinými rozdíly oproti nosníkům 2. série je délka 4,6 metru oproti původním 4,5 metrům a dodavatel. Firma TESKO a.s. program výroby lepených lamelových nosníků ukončila, proto byla jako dodavatel zvolena firma Dektrade a.s.. Ta poskytla šest nosníků ze svého běžného výrobního programu pro výzkumné účely zdarma. Různé délky nosníků ve druhé a třetí sérii nevedly ke změně vzájemné vzdálenosti podpor, ani polohy zatížení, ale pouze ke zvětšení přesahu nosníku za každou podporou o 5 cm. Kromě této, ze statického hlediska nepodstatné úpravy, došlo také k navýšení počtu snímačů posunutí sledující zatlačení podpor z jednoho u každé podpory na dva u každé podpory.

U všech šesti nosníků bylo nejprve provedeno 368 nedestruktivních testů ke zjištění lokálních modulů pružnosti. Odtud byly za účelem tvorby výpočetních modelů získány jejich statistiky. Průměrné moduly pružnosti v segmentech zkoušených nosníků jsou potom použity také pro dokumentaci jejich poškození.

Pro čtyřbodové ohybové testy byly dva nosníky z dodávky ponechány bez vyztužení. Na ostatní čtyři nosníky byla nalepena fólie s uhlíkovými vlákny prodávaná firmou GRM-systems. Nalepení fólie má oproti vyztužování uvedenému v podkapitole 3.3.3 tu výhodu, že ho mohou zajistit dva pracovníci v jakýchkoli neextrémních pracovních podmínkách, během několika minut. Lepidlo musí schnout následujících 24 hodin a poté je spojení již plně funkční. V laboratoři Stavební fakulty byla tato výrobcem lepidla doporučená doba u jednoho nosníku ověřena provedením destruktivní ohybové zkoušky 24 hodin po nalepení fólie. Tento způsob dodatečného vyztužování stávající konstrukce například po jejím přetížení při změně funkce je tedy pro použití v praxi ověřený.

Ze šesti nosníků třetí série zde budou prezentovány tři, a to oba nevyztužené a jeden vyztužený. Rozbor zbylých třech vyztužených nosníků, včetně

materiálových zkoušek, je předmětem souběžně řešené doktorské dizertační práce.

Tři zde prezentované nosníky byly, na rozdíl od ostatních, zároveň řešeny metodou DIC. Tu nelze použít samostatně, protože neznáme průběh zatížení v čase, respektive neznáme počátek zatěžování v návaznosti na pořizování snímků. Potřebnou synchronizaci je možné provést přes průhyby. I když je snímkování metodou DIC provedeno po šesti sekundách, lze vyhodnotit časový průběh svislého posunutí libovolného bodu, tedy i středu nosníku. Protože každý zatěžovací stupeň trvá 140 sekund, z čehož 120 sekund je zatížení drženo na konstantní úrovni a 20 sekund trvá jeho nárůst, jsou na křivce závislosti průhybu středu nosníku na čase viditelné jednotlivé zatěžovací stupně. Tytéž stupně jsou patrné na výstupu z měřicí aparatury, která snímá jak velikost nastavené síly, tak i průhyb středu nosníku a bodů pod oběma břemeny, a to s mnohem větší frekvencí 20 Hz. Podle zatěžovacích stupňů lze tedy obě metody synchronizovat a zjistit zatížení potřebná pro vyhodnocení metody DIC.



### 3.5.1 Nevyztužené nosníky

Ve třetí sérii orientované hlavně na použití metody DIC jsou řešeny dva nevyztužené nosníky. K destrukci prvního z nich došlo při zatížení 148 kN. Tento nosník je nejúnosnější ze všech zkoušených ve 2. a 3. sérii. Způsob jeho poškození byl obdobný jako u 4. nosníku 2. série, kdy měla maximální síla hodnotu 128 kN. Porušení nastalo podélným rozpraskáním. Tentokrát vznikla první podélná trhлина ve spodní lamelě přibližně v oblasti pod levou silou a táhla se do délky až pod pravou sílu (obr. 3.5.1.1).



*Obr. 3.5.1.1: Detaily místa vzniku první trhliny.*

Po rozevření této trhliny následoval vznik další, a to ve druhé až třetí lamelě zdola pod pravou silou, kde byly 1 cm od sebe dva velké suky (obr. 3.5.1.2). Po spojení všech trhlin došlo k destrukci celého nosníku, a to rozlomením spodní lamely přes velký suk ve spodních vláknech (obr. 3.5.1.3). Celý proces destrukce je prezentován výběrem z videozáznamu na obrázku 3.5.1.4, kde jsou také uvedeny průměrné moduly pružnosti v segmentech. Obě spodní lamely měly menší modul pružnosti ve směru vláken, to znamená také hustotu a pevnost než třetí lamela od spodu. První trhлина se objevila pod třetí lamelou a nezasahovala do ní. Kromě toho, na rozdíl od stejně poškozeného nosníku 4, ze druhé série, jsou zde moduly pružnosti o

1 až 2 GPa vyšší, což vysvětluje celkově vyšší únosnost spolu s vhodným rozmístěním spojů v ostatních lamelách v tažené oblasti. Ve spodní lamele jsou sice dva zubovité spoje, ale oba v oblasti mimo největší namáhání, proto zde nehrály žádnou roli.



*Obr. 3.5.1.2: Detaily oblasti velkých suků ve druhé a třetí lamele.*

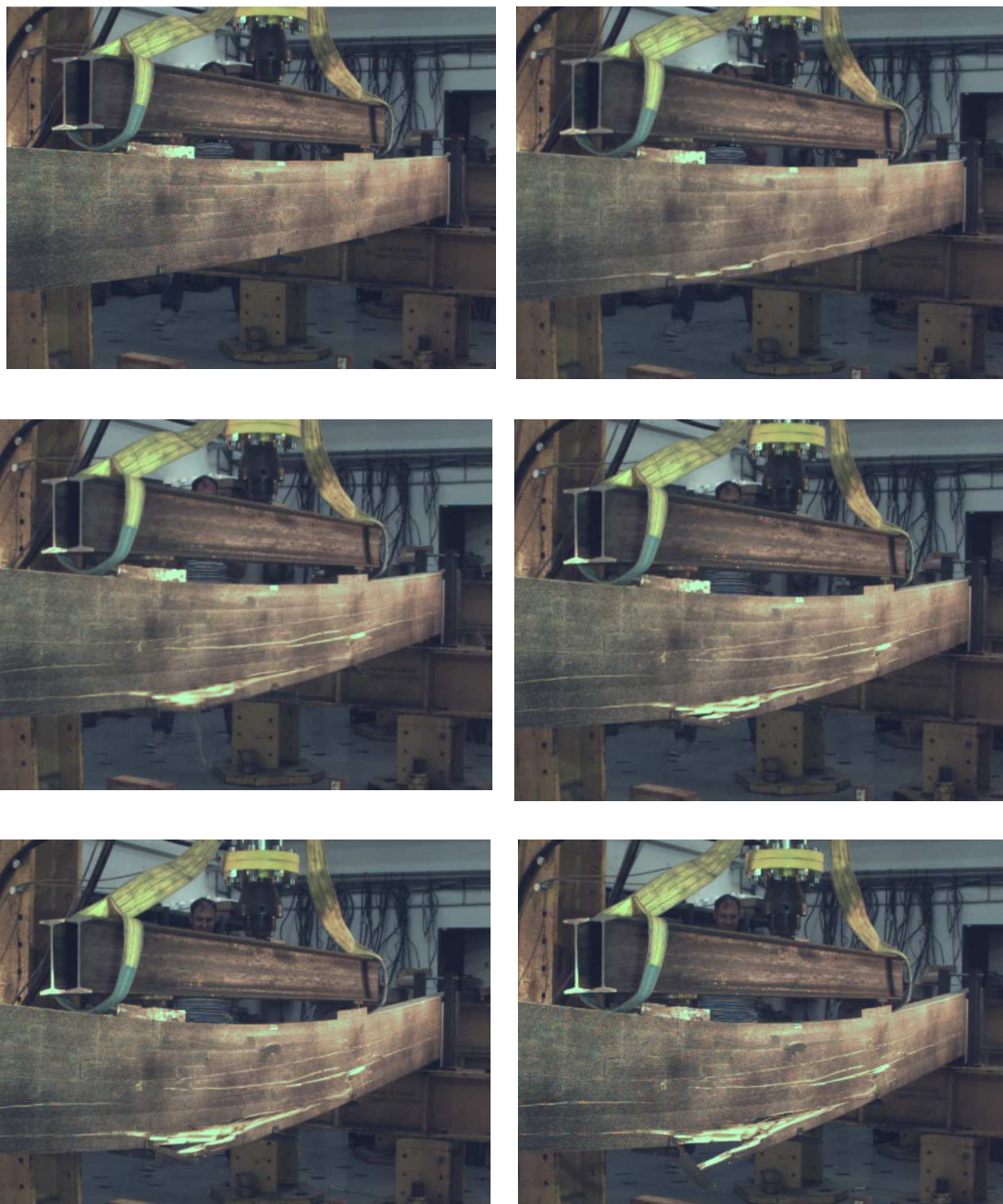
Shodou okolností byla druhá spodní lamela celistvá a třetí spojená v blízkosti podpory. Je velmi pravděpodobné, že pokud by byl nosník při ohybovém testu umístěn obráceně, to je, byl by prohozen horní a spodní okraj, byla by celková únosnost nosníku mnohem menší, neboť v nejnamáhanější části horní lamely je zubovitý spoj.



*Obr. 3.5.1.3: Místo destrukce spodní lamely a dokumentace podélných trhlin nosníku.*



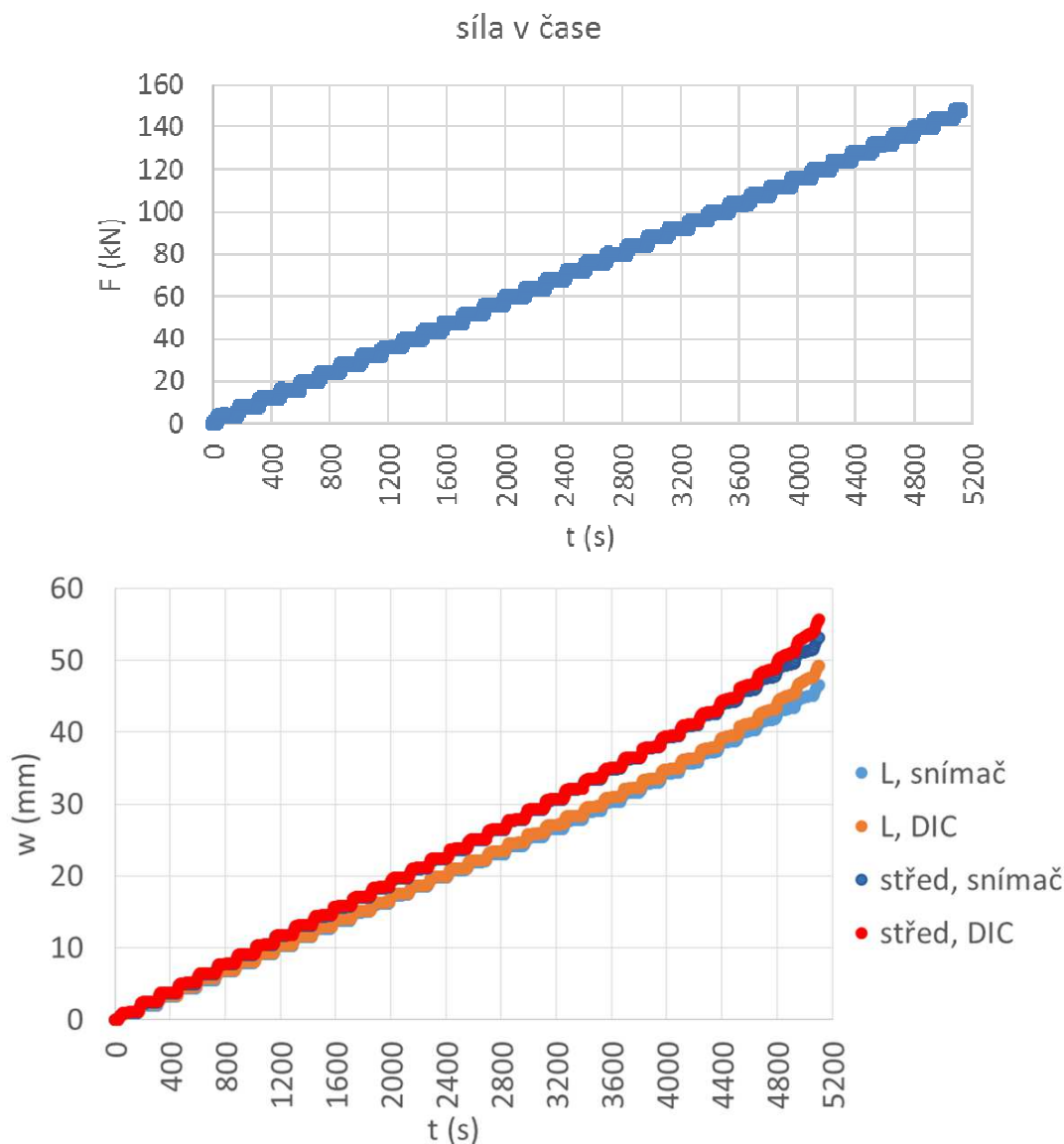
Tento nosník s nejvyšší únosností je náhodně vhodně uspořádán, kromě seskupení velkých suků v tažené oblasti.



|      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|
|      | 13,7 |      |      | 2760 | 12,7 |
|      | 14,4 | 1600 |      |      | 14,2 |
| 13,9 | 730  | 13,7 |      | 4155 | 14,3 |
| 13,2 |      | 1300 | 12,8 | 3090 | 14,0 |
| 12,7 |      | 1540 | 12,5 |      |      |
| 14,0 | 510  |      | 14,0 |      |      |
| 13,6 |      |      |      |      |      |
| 12,6 | 480  | 13,7 |      | 3900 | 13,1 |

Obr. 3.5.1.4: Postupný rozvoj trhlin v prvním nevyztuženém nosníku série 3. Moduly pružnosti dřeva ve směru vláken jsou uvedeny v GPa. Polohy zubovitých spojů jsou v mm zleva. Vyznačená je také dvojice velkých suků.

Souběžné měření tohoto nosníku metodou DIC, kterou byla řešena jeho levá polovina, prokázalo výbornou shodu průhybů uprostřed rozpětí a pod levou silou, s průhyby naměřenými snímači posunutí (obr. 3.5.1.5).



*Obr. 3.5.1.5: Průběh zatěžování v čase u prvního nevyztuženého nosníku (přírůstky síly jsou 4 kN) a srovnání průhybů uprostřed a pod levou silou pro obě metody měření.*

Shoda se postupně snižuje se zvyšujícím se zatížením, což je pravděpodobně způsobeno měřením na poškozeném nosníku při vyšších zatíženích. Nejprve bylo třeba provést časovou synchronizaci obou metod. Tato synchronizace je podstatná pro získání zatížení odpovídající poměrným přetvořením analyzovaným z DIC v libovolném řezu a čase.





|      |      |      |
|------|------|------|
| 11,5 | 2410 | 12,2 |
| 12,7 | 2450 | 12,5 |
| 13,0 | 2340 | 12,9 |
| 12,0 | 2025 | 12,5 |
| 12,4 | 2335 | 12,2 |
| 12,4 | 2240 | 13,1 |
| 12,9 | 2485 | 12,9 |
| 11,5 | 2630 | 11,8 |

Obr. 3.5.1.6: Postupný rozvoj trhlin ve druhém nevyztuženém nosníku série 3. Moduly pružnosti dřeva ve směru vláken jsou uvedeny v GPa, Polohy zubovitých spojů jsou v mm zprava.

Ke kolapsu druhého nosníku třetí série došlo zcela odlišným způsobem, a to při zatížení 88 kN. Z obrázku 3.5.1.7 je vidět, že zubovité spoje jsou rozmístěny naprosto nevhodně. V každé lamelě je jeden zubovitý spoj, a to přesně v 60 cm širokém pásu okolo poloviny rozpětí (obr. 3.5.1.6). Fotografiemi dokumentovaný mechanismus poškození je tedy naprosto předvídatelný. Nosník se po jednotlivých zubovitých spoích rozlomil ve směru od spodní lamely vzhůru. Rozmístění velkých suků a distribuce průměrných modulů pružnosti neměla v tomto případě na poškození nosníku žádný vliv, i když byly zároveň oba segmenty s nejnižším průměrným modulem pružnosti umístěny ve spodní lamelě. Maximální dosažená síla odpovídala ostatním nevyztuženým nosníkům se stejným stylem porušení (viz. podkapitola 3.4.2).



*Obr. 3.5.1.7: Detaily poškození druhého nosníku třetí série v místě seskupení zubovitých spojů.*

Ze všech šesti prezentovaných poškození nosníků z lepeného lamelového dřeva plyne několik zásadních poznatků. Nejdůležitější z nich je ten, že pokud je v nejnamáhanější části, to je střední třetině nosníku, spodní lamela spojena zubovitým spojem, je destrukce nosníku vždy zahájena rozlomením tohoto spoje. Tři ze šesti nosníků zkolabovaly právě tímto způsobem. U dvou z nich dosahovala maximální síla 88 kN a u jednoho 96 kN. Při tomto způsobu porušení nosníku prakticky nehraje roli rozložení průměrných modulů pružnosti mezi segmenty lamel, které se pohybovaly řádově od 10 do 13 GPa. Daleko větší roli hraje rozmístění zubovitých spojů v dalších spodních lamelách, spolu s výskytem velkých suků, přes celou šířku nosníku. Dvojice velkých suků v tažené oblasti také iniciovala netypický kolaps jednoho nosníku, který měl nejnižší únosnost  $F = 68$  kN. Tento nosník sice neměl zubovitý spoj ve střední třetině spodní lamely, ale byl v konečné fázi zatížen výrazně z roviny. Pokud nosníky neobsahovaly

zubovité spoje spodní lamely v nejnamáhanějším spodním úseku, podstatně se zvýšila jejich únosnost. U obou náhodně takto uspořádaných nosníků s maximální dosaženou silou 128 kN, respektive 148 kN, byl prokázán zcela odlišný způsob poškození, a to podélné trhliny. Při jejich vzniku již hrály podstatnou roli naměřené moduly pružnosti, přímo úměrné pevnostem. Jednak se u méně únosného z obou nosníků moduly pružnosti ve směru vláken pohybovaly od 10,9 do 13,6 GPa, zatímco u druhého od 12,5 do 14,4 GPa a jednak hrálo roli i rozmístění úseků s nízkými moduly pružnosti. První podélná trhlina se v obou případech otevřela v segmentu s nejnižším modulem pružnosti v tažené oblasti.

Závěrečná konstrukční doporučení jsou dvě. Pokud nebudou spodní lamely spojovány v nejnamáhanější oblasti, zvýší se únosnost nosníku minimálně o 1/3. Rozmístíme-li navíc segmenty s vyššími moduly pružnosti do nejvíce tažené oblasti, bude celková únosnost ještě vyšší.

Ze čtyř nosníků vyztužených na spodním povrchu fólií s uhlíkovými vlákny je zde podrobně prezentován pouze jeden, který byl souběžně podroben analýze DIC. U ostatních třech nosníků jsou popsány způsoby porušení a únosnosti, aby bylo možné určit vliv tohoto způsobu vyztužení na poškozování a únosnost nosníků z lepeného lamelového dřeva. Jejich podrobná analýza, včetně materiálových zkoušek je předmětem řešení doktorské dizertační práce s názvem „Možnosti dodatečného vyztužování nosníků z lepeného lamelového dřeva“.

Pokud seřadíme čtyři vyztužené nosníky dle únosnosti vzestupně, zjistíme, že stejně jako u nevyztužených nosníků, záleží na rozmístění zubovitých spojů. Nosník, k jehož destrukci bylo třeba nejnižší síly, to je 72 kN, měl v pásu délky 0,5 metru ve své střední třetině spojeno sedm z osmi lamel. Jeho destrukce nastala rozlomením podél zubovitých spojů. Výztužná fólie byla v oblasti poškození nosníku sice částečně porušena, ale po kolapsu nosníku ještě spojovala obě oddělené části. První zubovitý spoj byl viditelně poškozen již při zatížení 64 kN. Kolaps však nastal až po dalších dvou přetíženích. Od chvíle, kdy byl poškozen první zubovitý spoj, uplynulo sedm minut. Nevhodné rozmístění zubovitých spojů je obdobné jako u druhého nosníku této série (obr. 3.5.1.6), který byl nevyztužený a jehož destrukce nastala při zatížení 88 kN. Zde bylo však nevhodně spojeno pouze pět z osmi lamel. Kromě toho výztužná fólie zcela jistě podstatně zvýšila únosnost nosníku.

Podle únosnosti druhý z nosníků s výztužnou fólií je ten, jehož poškození nastalo při zatížení 84 kN. I zde byl nejprve porušen nevhodně umístěný spoj na okraji nejnamáhanější oblasti. Roli zde sehrál i spoj druhé dolní lamely, který se nacházel 15 cm od prvního poškozeného. V pásu 0,5 m od spoje spodní lamely byly opět nevhodně umístěny spoje všech ostatních lamel s výjimkou jedné. U tohoto nosníku již došlo k totální destrukci, včetně úplného přetržení výztužné fólie.

Ke kolapsu třetího vyztuženého nosníku došlo pod zatížením 88 kN. První poškození nastalo opět v zubovitém spoji spodní lamely, umístěném o 14 cm před zónou největšího namáhání. Zubovité spoje všech lamel byly soustředěny do pásu 60 cm před prvotně poškozeným spojem. Na tomto nosníku je pozoruhodné, že jeho destrukce trvala mnohem déle. Od viditelného poškození prvního zubovitého spoje uplynulo ještě 105 sekund, než došlo k prolomení nosníku. I zde byla výztužná fólie jen poškozená, ale obě části nosníku spojovala i po destrukci.



Závěrem lze konstatovat, že rozmístění zubovitých spojů hraje při takto slabém vyztužení opět dominantní roli. Poškození je vždy v místě zubovitého spoje spodní lamely. Pokud nejsou spoje velmi nevhodně seskupeny, je destrukce vyztužených nosníků podstatně pomalejší, než je tomu u nevyztužených nosníků. Kolaps nastává v řádech minut od rozlomení prvního zubovitého spoje, zatímco u nevyztužených nosníků se celý proces destrukce odehrál v jedné sekundě

Analýza slabě vyztužených nosníků ze třetí série je zakončena podrobným rozbořem nejúnosnějšího z nich, k jehož destrukci bylo třeba zatížení 96 kN. Zde byly opět seskupeny spoje všech lamel v pásu 65 cm širokém, který začínal 28 cm za druhou silou. Nejvzdálenější byl shodou okolností spoj spodní lamely, to je, byl ze všech spojů v nejméně namáhané části nosníku. Proto byla únosnost tohoto nosníku nejvyšší a seskupené spoje mimo nejnamáhanější oblast zde nehrály žádnou roli (obr. 3.5.2.1).

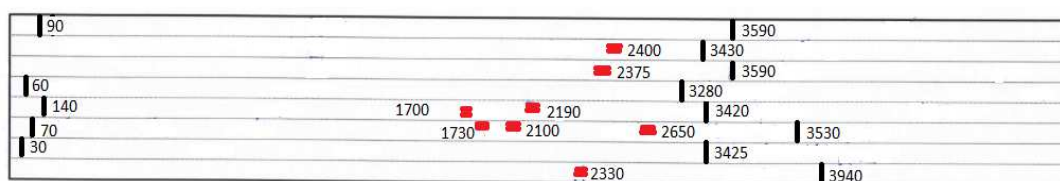
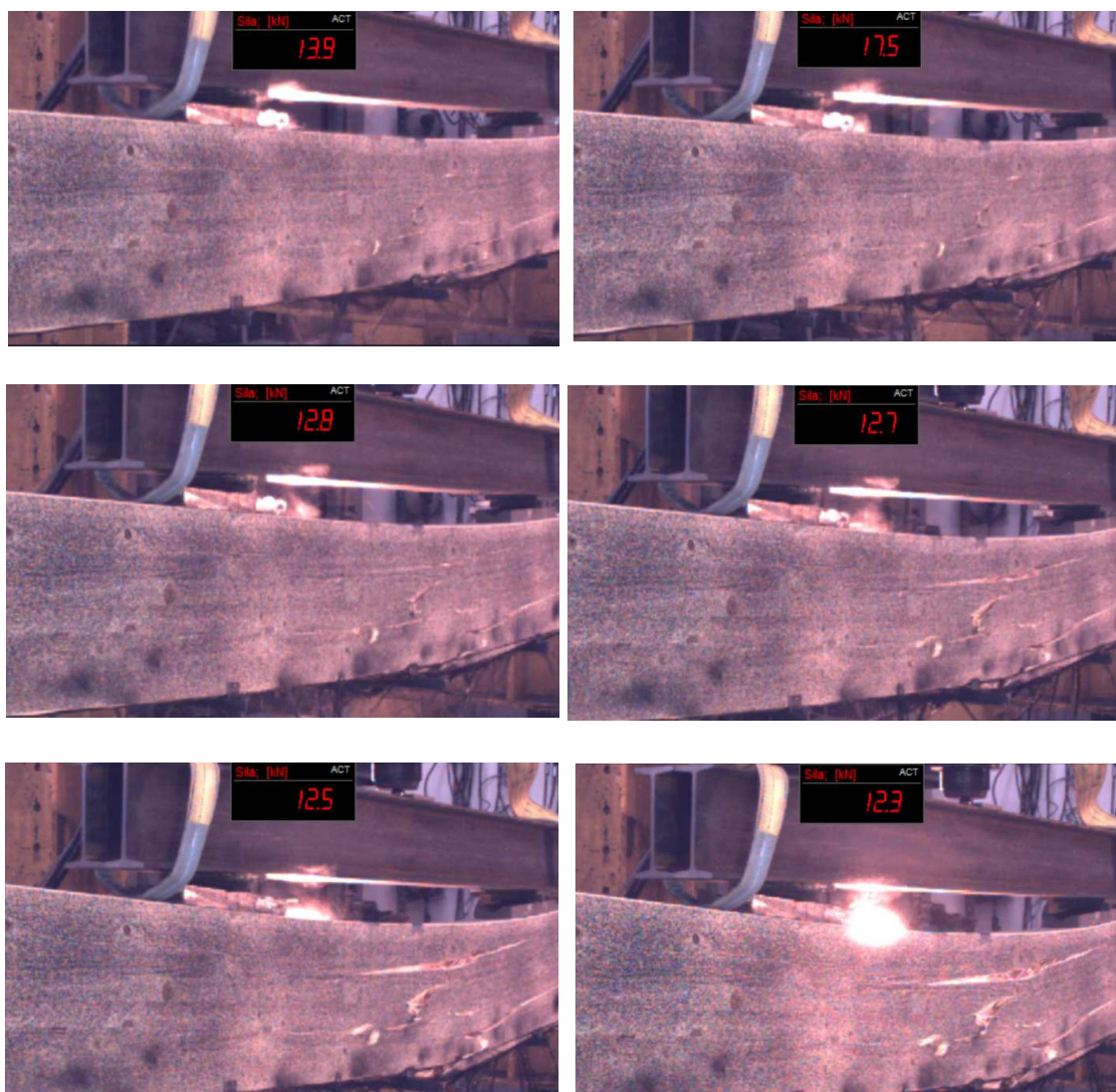


*Obr. 3.5.2.1: Detaily poškození vyztuženého nosníku třetí série. Seskupené zubovité spoje jsou za oblastí největšího namáhání a rozlomení spodní lamely přes velký suk.*

Naopak významnou roli hrálo seskupení osmi velkých suků v polovině rozpětí (3.5.2.2). Výztužná lamela opět zabránila rozlomení nosníku a po jeho kolapsu zůstala částečně nepoškozená v celé délce. Rovněž výrazně zpomalila proces kolapsu nosníku, který trval 20 sekund.

Klíčovým prvkem u všech čtyřech slabě vyztužených nosníků bylo tedy jejich naprosto nevhodné spojování, které u třech z nich vedlo k poškození přes spoje. U čtvrtého, zde prezentovaného nosníku sehrál klíčovou roli velký suk v polovině rozpětí spodní lamely. Zde se objevila první trhлина, která zůstala díky výztužné lamele zavřená. Následovala trhлина v oblasti seskupení velkých suků ve třetí a čtvrté lamele zdola. Po

otevření a spojení obou trhlin se začala otevírat podélná trhlina v oblasti těsně nad suky, následované spojením trhlin a kolapsem konstrukce.



Obr. 3.5.2.2: Postupný rozvoj trhlin ve vyztuženém nosníku. Kóty suků a zubovitých sporů jsou zleva v milimetrech.

Slabé vyztužování je vhodné používat tam, kde jsou spoje distribuovány rovnoměrně, což je jedna z konstrukčních zásad pro ohýbané prvky z lepeného lamelového dřeva. Únosnost se zvýší o několik procent, ale velmi podstatně se zpomalí proces destrukce.

## 4. POČÍTAČOVÁ STUDIE ŘEŠENÝCH PROBLÉMŮ

Počítačová studie řešených problémů ukazuje konkrétní výsledky postupů popsanych v kapitole 2 a aplikovaných s pomocí dat naměřených v části 3. Výsledkem je popis výpočetních modelů a zejména jejich konkrétní výsledky, které lze konfrontovat s naměřenými hodnotami a odpovědět tak na otázku, zda tyto modely skutečně lépe vystihují reálné konstrukce z lepeného lamelového dřeva.

Podkapitola 4.1 ukazuje statistickou analýzu souborů měřených modulů pružnosti ve všech segmentech jednoho nosníku. Výsledky slouží jako vstup do MKP modelu nosníku z lepeného lamelového dřeva s využitím simulace Monte Carlo a metody LHS. Tyto modely byly vytvořeny pro všech 61 testovaných nosníků, ve třech sériích.

Cílem druhé podkapitoly (4.2) je soubory nepřesně naměřených modulů pružnosti opravit tak, aby lépe odpovídaly přesně naměřeným průhybům. Nejprve jsou uvedeny výsledky z modelu, který je založený na homogenizovaném průřezu, a to pro jeden nosník. Mnohem rozsáhlejší analýza je provedena u jiného, dvoustupňového modelu, užívajícího předcházející MKP model. Zde je podrobně představeno pět nosníků, aby bylo prokázáno, že je tato analýza použitelná a vhodná a veškeré parametry výpočtu, naprogramovaného v prostředí JAGS, jsou nastaveny správně. Je prokázána konvergence, a to k hledanému řešení.

Experimentální studie odhalila také typické poškozování nosníků z lepeného lamelového dřeva. V části 4.3 jsou tedy dokumentována napětí, která k těmto poškozování vedou a konfrontována s pevnostmi daných normou.

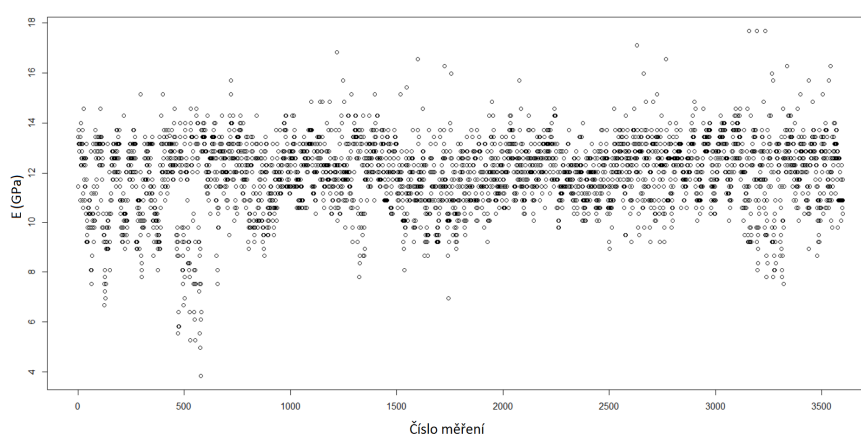
Čtvrtá podkapitola představuje na jednom nosníku a dvaceti zatěžovacích stupních vývoj nárůstu průhybů při konstantním zatížení, což má vliv na použitou funkci věrohodnosti v Bayesovské analýze (4.2).

Poslední podkapitola představuje výsledky dalších materiálových parametrů, kromě modulu pružnosti ve směru vláken, byly-li by pro případnou navazující práci nutné.



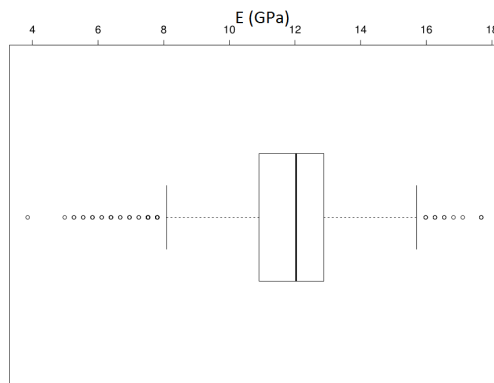
#### 4.1 Modelování nosníků z LLD pomocí pravděpodobnostních vstupů metodami MC a LHS

Ze všech 61 modelovaných nosníků ve všech sériích je zde konkrétně prezentován jeden, a to pátý nosník druhé série. Ten je složen z 21 segmentů, ve kterých je celkem 3600 bodů s naměřenými lokálními moduly pružnosti. Strategie statistického zpracování experimentálních dat je popsána v podkapitole 2.1 a měření těchto dat v podkapitole 3.2. Nejprve bude podroben zkoumání celý soubor 3600 hodnot. Prvním krokem je zobrazit naměřená data (obr. 4.1.1).



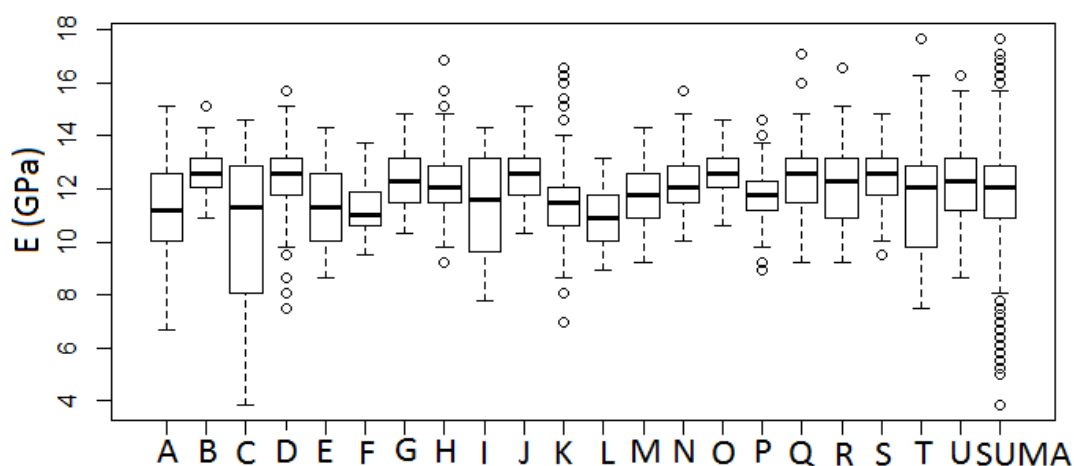
Obr. 4.1.1: Zobrazení veškerých naměřených hodnot lokálních modulů pružnosti v GPa nosníku 5 ze druhé série.

Viditelně odlehlá data tvoří určité shluky. Proto nejsou z další analýzy zatím vyloučena jako chybná měření. Na vodorovné ose je pořadí měření, které má přímou souvislost s lokalitou na nosníku, po kterém bylo postupováno systematicky.



Obr. 4.1.2: Krabicový graf veškerých naměřených hodnot lokálních modulů pružnosti v GPa nosníku 5, ze druhé série.

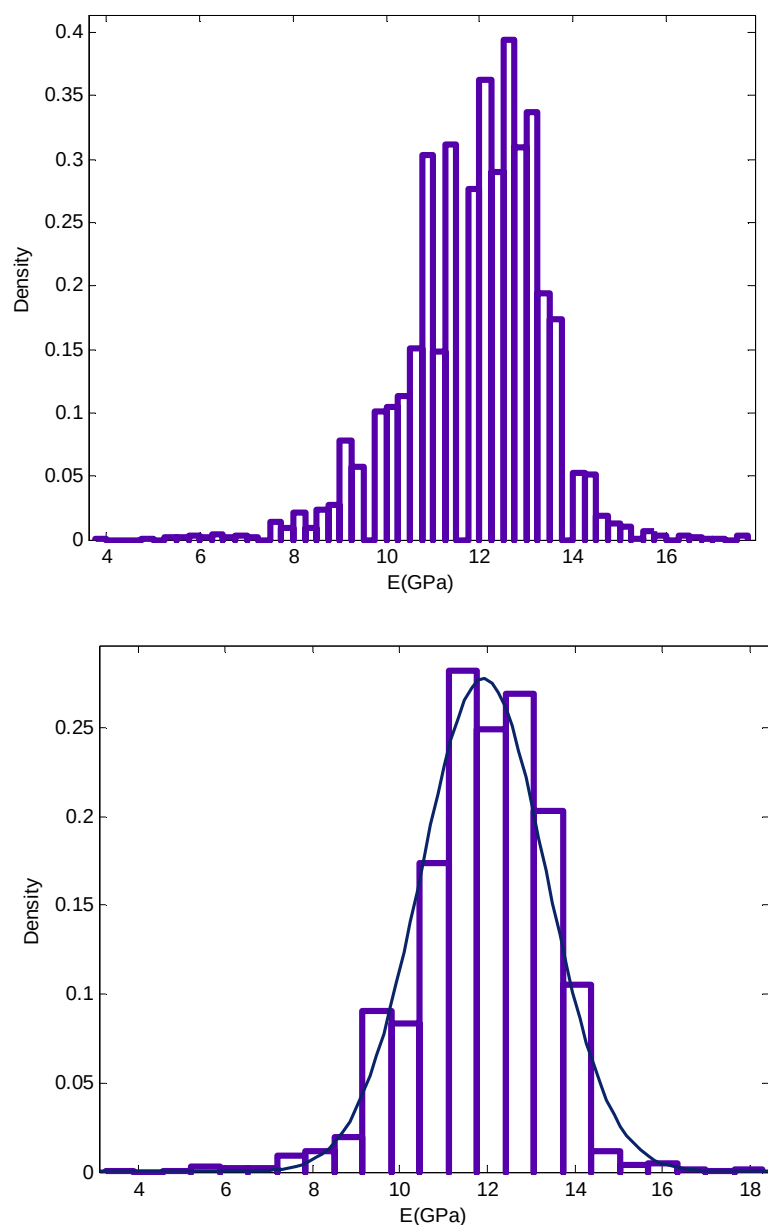
Shluk zdánlivě odlehlých hodnot tedy může značit lokalitu s méně kvalitním dřevem, jak bude ukázáno dále. Na obrázku 4.1.2 je vyobrazen krabicový graf, který umožňuje zobrazit robustní odhad polohy mediánu, ten má pro tato data hodnotu 12,03 (GPa). Dalšími zobrazenými hodnotami jsou dolní kvartil (10,91 (GPa)) a horní kvartil (12,88 (GPa)). Délky konců jsou potom 1,5 násobkem vzdálenosti mezi dolním a horním kvantilem. V našem případě je každý konec dlouhý 2,955 (GPa), jsou tedy na úrovni 7,955 (GPa) a 15,835 (GPa). Za nimi jsou již detekovaná odlehlá měření s minimem na úrovni 3,854 (GPa) a maximem 17,67 (GPa). Je nutné poznamenat, že počet odlehlých měření viditelný v krabicovém grafu může být nižší, než je jejich skutečný počet, protože libovolná hodnota mohla být naměřena opakovaně.



*Obr. 4.1.3: Srovnání krabicových grafů naměřených lokálních modulů pružnosti mezi segmenty nosníku navzájem a nosníku jako celku.*

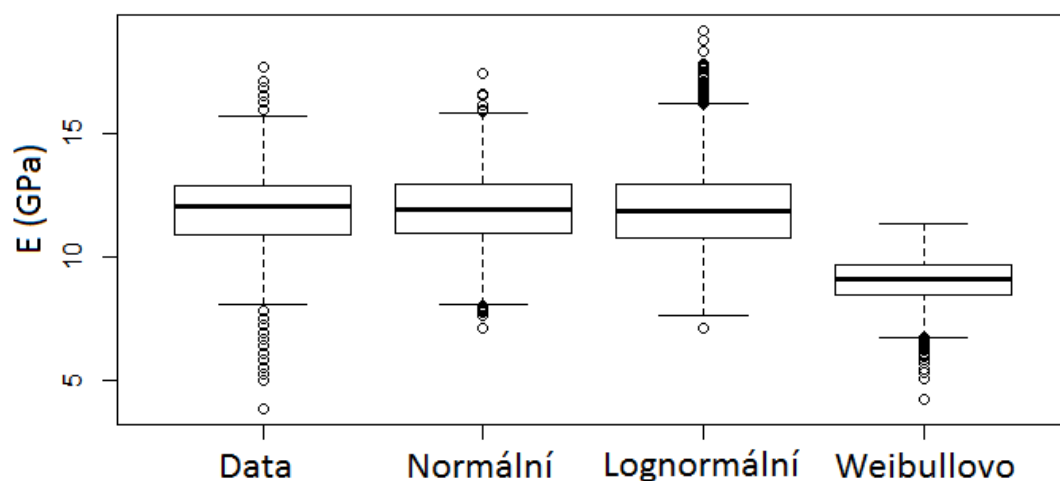
Kombinací obrázků 4.1.1, 4.1.2 a průzkumem celého souboru hodnot detekujeme celkem 55 dat podezřelých z toho, že jsou odlehlá. Hodnoty lokálních modulů pružnosti nad 15,835 (GPa) jsou naměřeny vždy v blízkosti suku. Proto nejsou z dat odstraněny. Jedná se celkem o 13 hodnot ze 3600 naměřených. Hodnoty velmi nízkých modulů pružnosti, kterých bylo celkem 42, pod 7,955 (GPa), tvořily v jednom případě shluk 26 měření, ve druhém případě devíti měření. Jsou to tedy lokality s prokazatelně nízkým modulem pružnosti a o odlehlé hodnoty se nejedná. Ze zbývajících sedmi hodnot lokálního modulu pružnosti pod 7,955 (GPa) jsou čtyři seskupeny v další lokalitě nosníku. Ostatní tři hodnoty mají ve svém okolí naměřené lokální moduly pružnosti sice nad stanoveným limitem, ale velmi

blízko jeho hranici. Proto nebyly ani tyto hodnoty z měření vyloučeny. Žádná z hodnot detekovaná jako odlehlá nebyla vyloučena, neboť se nejedná o prokazatelnou chybu měření. Pro demonstraci rozdílů ve skupinách dat odpovídajících všem 21 segmentům a také celému souboru 3600 měření je na obrázku 4.1.3 provedeno srovnání všech krabicových grafů.



*Obr. 4.1.4: Histogram veškerých naměřených hodnot lokálních modulů pružnosti v GPa nosníku 5, ze druhé série. Při šířce sloupce na úrovni přesnosti měření (nahore) a vypočtené za předpokladu normálního rozdělení (dole).*

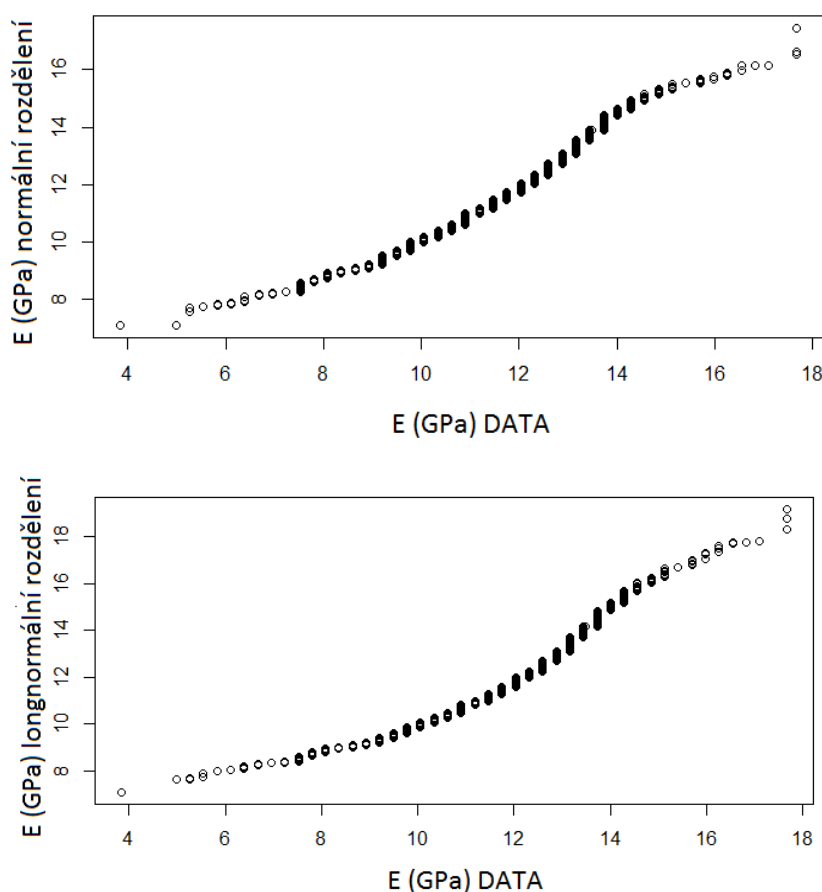
Dalším krokem při průzkumu dat je zobrazení histogramu. Vzhledem k přesnosti určení lokálních modulů pružnosti 0,25 (GPa) je jako vhodná šířka sloupce nastavena tato hodnota (obr. 4.1.4). Pokud uděláme také odhad šířky sloupce vzhledem k počtu dat  $n$  a směrodatné odchylce  $\sigma$  pro normální rozdělení, což lze použít pro přibližně symetrická rozdělení, ze  $h = 2,34 \times \sigma * n^{-0,2}$ , dostaneme šířku sloupce  $h = 0,6532$  (GPa) (obr.4.1.4).



*Obr. 4.1.5: Srovnání krabicových grafů naměřených lokálních modulů pružnosti se třemi soubory dat vygenerovaných z různých rozdělení měřená data aproximujících.*

Tvar histogramu nám dává základní odhad rozdělení hustoty pravděpodobnosti, to je zužuje skupinu rozdělení, ze kterých by data mohla pocházet. Ze všech možných rozdělení jsou zkoumána ta nejběžnější, a to normální, lognormální a Weibullovo. V programu Matlab jsou zjištěny parametry všech těchto rozdělení tak, aby co nejlépe vystihovaly všechna na nosníku naměřená data. Pro srovnání je potom generováno 3600 hodnot z každého rozdělení a tyto soubory jsou porovnány s původními daty nejprve vytvořením krabicových grafů (obr. 4.1.5), ze kterých plyne, že poloha mediánu v případě Weibullova rozdělení naprosto neodpovídá naměřeným datům. Proto bude toto rozdělení z další analýzy vyloučeno. Ze stejného grafu se jeví jako mírně vhodnější rozdělení normální, a to zejména vzhledem k odlehlým hodnotám. Jako poslední grafické metody je zde užito Q-Q grafů (kvantil-kvantil), kde jsou vynesena naměřená data vůči

normálnímu a lognormálnímu rozdělení (obr. 4.1.6). Jak je vidět není na základě těchto testů možné jednoznačně rozhodnout, které rozdělení je vhodnější. Proto budou pro generování modelů nosníků použita alternativně obě. V dalším postupu bude dokázáno, že výsledky, které dávají MKP modely se statistickými vstupy, vygenerované za předpokladu normálně rozdělených dat, se od výsledků modelů s daty rozdělenými lognormálně příliš neliší. Po provedení dalších testů vychází jako mírně vhodnější lognormální rozdělení, než normální, a to například na základě korelačního koeficientu celého souboru dat, který je mezi daty měřenými a vygenerovanými z parametrů normálního rozdělení roven 0,983 a pro alternativně lognormální rozdělení je to 0,967. Stejný závěr lze udělat i z provedeného T-testu. Pro účely tvorby MKP modelů jsou provedené testy dostatečné, a to se závěrem, že nebylo nalezeno prokazatelně chybné měření, které by bylo třeba ze souboru vyloučit. Kromě toho budou pro MKP modely použita obě, to je lognormální i normální rozdělení.

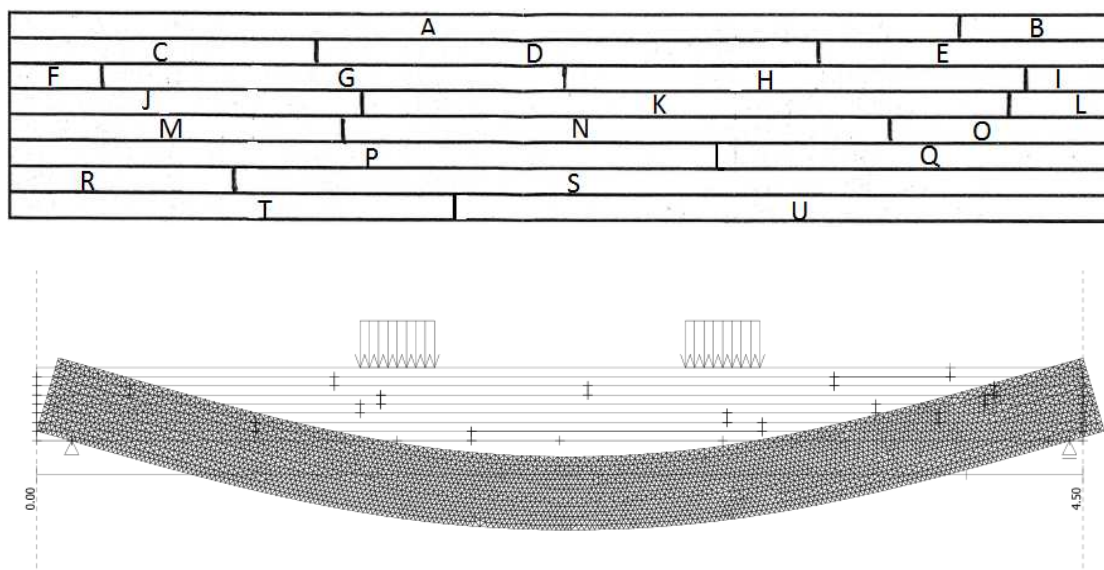


Obr. 4.1.6: Q-Q (kvantil-kvantil) grafy mezi měřenými daty a normálním rozdělením těchto dat a mezi daty a lognormálním rozdělením těchto dat.

Ve shodě s podkapitolou 2.1, kde je popsán princip MKP modelů nosníků s pravděpodobnostními vstupy, je zde podrobně rozebrán jeden z nich. V každém segmentu jsou moduly pružnosti zadány průměrem a směrodatnou odchylkou odpovídajícího souboru jejich naměřených hodnot. Obrázek rozmístění segmentů A-U v nosníku 5 má označení 4.1.7. Jako výstupní parametr je zde použit průhyb, i když modely umožňují použít napětí, nebo poměrné přetvoření v kterémkoli bodě. Deformovaný tvar jedné simulace je potom uveden na obrázku 4.1.7.

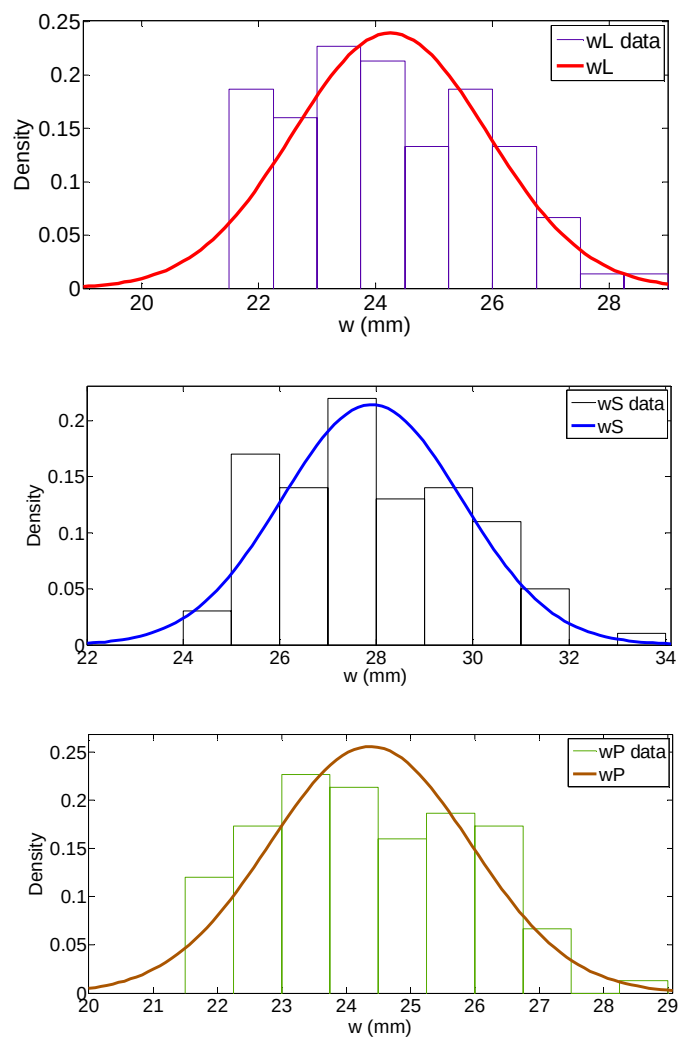
Výsledné průhyby byly vypočteny ve třech bodech spodního povrchu, a to uprostřed rozpětí a pod středy břemen, což koresponduje s provedenými experimenty, při nichž byly průhyby měřeny přesně ve stejných místech. Každý z celkem 61 nosníků má svůj maximálně věrohodný model, který co nejpřesněji kopíruje provedený experiment.

Vzhledem k tomu, že nevyztužené nosníky vykazovaly v průběhu zatěžování prakticky lineární závislost mezi zatížením a průhybem, je možné ve výpočetním modelu použít lineárně pružný materiálový model, pokud neuvažujeme nejvyšší zatěžovací stupně bezprostředně předcházející poškození nosníku.



*Obr. 4.1.7: Přiřazení segmentů v 5. nosníku 2. série a jeho MKP model s jedním z deformovaných tvarů.*

Vypočtené průhyby jsou zde (obr. 4.1.8) uvedeny pouze pro jeden zatěžovací stupeň, to je například pro celkové zatížení nosníku silou 68 kN (která je rozdělena do dvou břemen ve třetinách rozpětí). Na obrázku 4.1.8 jsou použita normální rozdělení vypočtených průhybů.



Obr. 4.1.8: Funkce hustot pravděpodobnosti průhybů pro jeden zatěžovací stav ze 100 simulací nosníku 5, a to v místě pod levou silou, uprostřed rozpětí a pod pravou silou.



## 4.2 Bayesovský updating lokálních modulů pružnosti

Tato podkapitola prezentuje výsledky úloh definovaných a teoreticky popsáných v části 2.2. Updating provedený na zjednodušeném modelu nosníku s homogenizovaným průřezem dává výsledky představené v části 4.2.1. Jejich věrohodnost je však nízká, neboť se opravy středních hodnot modulů pružnosti v jednotlivých segmentech nosníku 5 druhé série pohybují od 0,01 do 2,18 GPa. Připomeňme, že soubory modulů pružnosti, odvozené od měřených hloubek vpichů, by neměly být zatíženy tak rozdílnými chybami, které jsou v tomto modelu také závislé na poloze segmentu v nosníku. Největší rozdíl, mezi původními a aktualizovanými hodnotami  $\mu_E$  byl v segmentech 1, 20 a 21, které tvoří horní a spodní lamelu nosníku. Chyba měření vpichů by v těchto segmentech byla v řádu milimetrů, to je desítek procent měřených hodnot. Proto je pro Bayesovský updating lokálních modulů pružnosti použit a u pěti nosníků prezentován dvoustupňový model (podkapitola 4.2.2), který je navázán na MKP modely nosníků, představené v podkapitole 4.1. V prvním stupni je opravena systematická chyba měření a ve druhém stupni jsou provedeny opravy souborů lokálních modulů pružnosti pomocí Bayesovského updatingu, za pomoci MCMC.

#### 4.2.1 Model založený na homogenizovaném průřezu

Výsledky jsou ve shodě s publikací [4.2.1.1] představeny na nosníku 5 ze druhé série. Segmenty jsou zde na rozdíl od obrázku 4.1.7 číslovány, to je označení 1 odpovídá A atd.. Tabulka 4.2.1.1 potom uvádí původní a updatované střední hodnoty modulů pružnosti. K nejvyšším opravám došlo v obou segmentech spodní lamely.

| segment | měřené $\mu_E$ (GPa) | updatované $\mu_E$ (GPa) | rozdíl (GPa) |
|---------|----------------------|--------------------------|--------------|
| 1       | 11,27                | 12,44                    | +1,17        |
| 2       | 12,58                | 12,53                    | -0,05        |
| 3       | 10,48                | 10,92                    | +0,44        |
| 4       | 12,39                | 12,64                    | +0,25        |
| 5       | 11,32                | 10,88                    | -0,44        |
| 6       | 11,23                | 11,22                    | -0,01        |
| 7       | 12,36                | 12,85                    | +0,49        |
| 8       | 12,16                | 11,59                    | -0,57        |
| 9       | 11,33                | 11,30                    | -0,03        |
| 10      | 12,43                | 12,46                    | +0,03        |
| 11      | 11,36                | 11,29                    | -0,07        |
| 12      | 10,84                | 10,82                    | -0,02        |
| 13      | 11,77                | 11,80                    | +0,03        |
| 14      | 12,18                | 12,17                    | -0,01        |
| 15      | 12,66                | 12,63                    | -0,03        |
| 16      | 11,76                | 12,11                    | +0,35        |
| 17      | 12,28                | 11,81                    | -0,47        |
| 18      | 12,15                | 12,22                    | +0,07        |
| 19      | 12,47                | 12,51                    | +0,04        |
| 20      | 11,65                | 13,83                    | +2,18        |
| 21      | 12,23                | 11,17                    | -1,06        |

*Tab. 4.2.1.1: Srovnání středních hodnot původně naměřených souborů modulů pružnosti a jejich updatovaných hodnot.*

Poslední tabulka (4.2.1.2) srovnává vypočtené a měřené hodnoty průhybů pro jeden zatěžovací stav, kdy má celková síla hodnotu 68 kN.

|           | $w_L$ (mm) | $w_S$ (mm) | $w_P$ (mm) |
|-----------|------------|------------|------------|
| měřené    | 23,62      | 26,85      | 24,20      |
| vypočtené | 23,96      | 27,43      | 23,87      |

*Tab. 4.2.1.2: Srovnání měřených průhybů s průhyby vypočtenými po updatingu modulů pružnosti.*

## 4.2.2 Dvoustupňový model aktualizace souborů modulů pružnosti

V této podkapitole jsou podrobně prezentovány výsledky pro pět nosníků, čtyřech ze druhé série a jednoho ze třetí série. Jedná se o stěžejní část předkládané práce, do které byly v ostatních kapitolách definovány vstupy. Musí v ní být zároveň prokázáno, že navržený postup konverguje ke správnému řešení pro více než jeden ukázkový nosník.

### 4.2.2.1 První stupeň aktualizace pěti nosníků

Podle vzorce 2.2.2.1.1 z podkapitoly 2.2.2.1 minimalizujeme součet čtverců vzdáleností mezi měřenými a vypočtenými průhyby. V prvním stupni zjišťujeme  $\Delta\mu_E$ , jednotné pro celý nosník. To je uvedeno v tabulce 4.2.2.1.1, která udává, o kolik je třeba opravit stávající hodnoty modulů pružnosti ve všech segmentech nosníků. Ve stejné tabulce jsou také uvedeny odpovídající systematické chyby měření vpichů. Ty mohou mít různé příčiny, od nezajištění kolmosti vpichů na povrch nosníku, po ztrátu správného předpětí pružiny. Protože ke stejným omylům bude docházet pravděpodobně i v praxi, je dvoustupňová konstrukce modelu aktualizace souborů modulů pružnosti ospravedlnitelná.

| nosník     | $\Delta\mu_E$ (GPa) | $\Delta\mu_{tp}$ (mm) |
|------------|---------------------|-----------------------|
| N2 série 2 | -0,54               | +0,96                 |
| N3 série 2 | +0,24               | -0,43                 |
| N4 série 2 | +0,66               | -1,17                 |
| N5 série 2 | +0,09               | -0,16                 |
| N1 série 3 | -0,01               | +0,02                 |

*Tab. 4.2.2.1.1: Stanovená chyba hloubky vpichu a souborů modulů pružnosti po hrubé optimalizaci.*

#### 4.2.2.2 Nastavení klíčových prvků druhého stupně aktualizace

Na úvod řešení příkladů je představeno a zdůvodněno konkrétní nastavení priorních distribucí, likelihoods, typu posteriorních distribucí, parametrů generovaných Markovových řetězců a podíl akceptovaných vzorků.

Priorní rozdělení měřených lokálních modulů pružnosti po hrubé optimalizaci je použito jednak normální a jednak lognormální. Na jednom nosníku bude prokázáno, že výsledky se od sebe liší pouze nepatrně. U ostatních nosníků bude potom použit normální prior i posterior. Pro některé typy úloh je možné použít tak zvaný difuzní prior [4.2.2.1.1] což je rovnoměrné rozdělení v mezích  $10^{-38}$  až  $10^{38}$ . Posterior přesto dokonverguje k hledaným výsledkům. V tomto případě to není možné, neboť algoritmus dokonverguje k řešení odpovídajícímu zadání, které je však zjevně nesprávné, protože zde dochází k řádovým opravám průměrů modulů pružnosti, které se ve výsledku pohybují od 1 do 16 GPa.

Počet generovaných vzorků v každém řetězci byl zvolen na 100 000. Tento počet se ukázal jako dostatečný, jeho zvyšování k upřesňování výsledků již nevedlo.

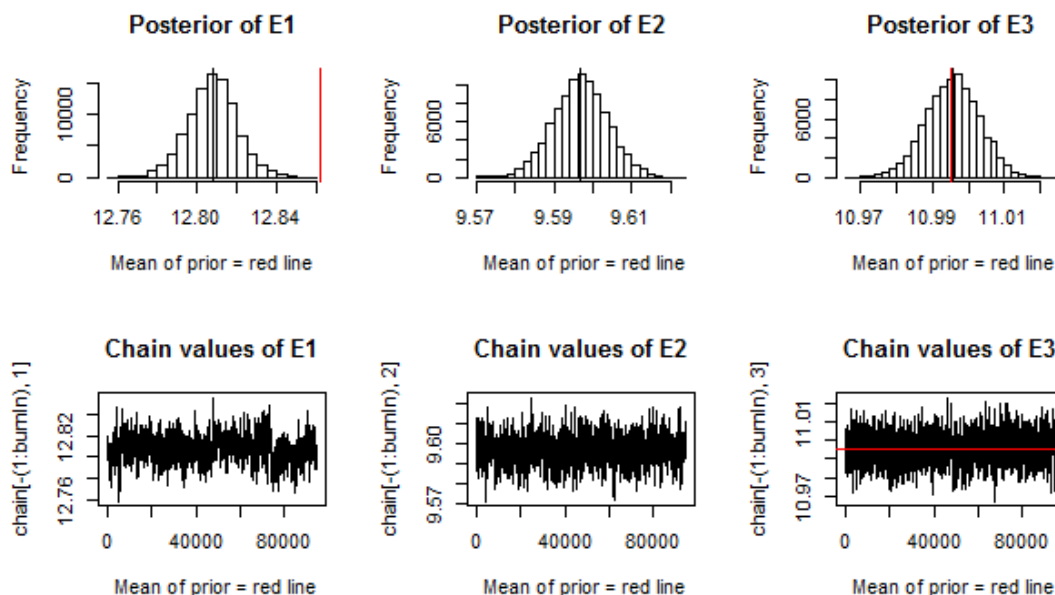
V algoritmu je také použito příkazu, který zajišťuje „zapomenutí“ úvodní části řetězce, která není stacionární a je stále ovlivněna počáteční hodnotou. Obecně je počet „zapomínaných“ vzorků doporučován od 500 pro jednoduché úlohy, zde je použito 5000.

Klíčovým prvkem je nastavení směrodatných odchylek měřených průhybů. Ty rozhodují o řešitelnosti úlohy a o podílu akceptovaných vzorků, který se v našem případě pohybuje u všech nosníků okolo 17%. Protože je použita dvoustupňová aktualizace souborů modulů pružnosti a jejich oprava je již jen malá, lze použít přímo směrodatné odchylky souborů měřených průhybů z poslední sekundy daného zatěžovacího stupně, které jsou řádově tisíce milimetru.

### 4.2.2.3 Výsledky druhého stupně aktualizace

Na jednom nosníku, konkrétně nosníku 2, ze druhé série, budou podrobně prezentovány výsledky druhého stupně aktualizace. U tohoto nosníku došlo k nejlepší konečné shodě měřených a vypočtených průhybů, jak je patrné ze závěrečné tabulky (4.2.2.3.12). Ostatní čtyři nosníky budou zastoupeny pouze ukázkami výstupů z programu Jags, a to pro tři segmenty v každém nosníku. U nosníku 5 bude také provedené srovnání použití normálního a lognormálního prioru. Tabulky ukazující parametry priorních a posteriorních souborů modulů pružnosti a srovnání měřených průhybů, průhybů vypočtených z priorních rozdělení modulů pružnosti a průhybů vzniklých z posteriorních rozdělení modulů pružnosti jsou prezentovány pro všech pět nosníků v plném rozsahu.

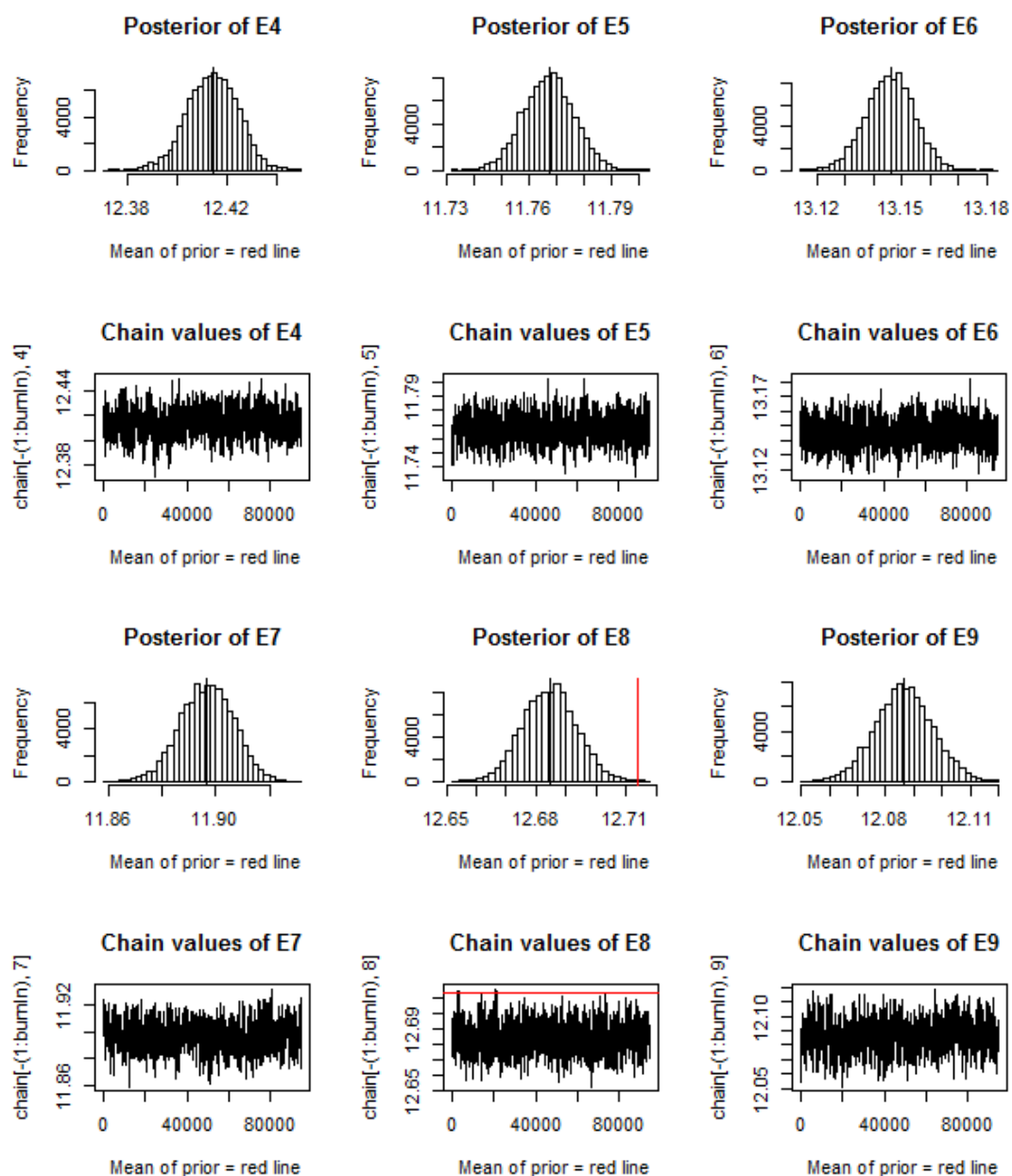
Ve druhém stupni optimalizace nosníku 2 musí být opraveno 18 souborů modulů pružnosti, a to za pomoci 51 souborů měřených průhybů (ve třech místech nosníku pro 17 zatěžovacích stavů). Vzdálenost vypočtených a měřených průhybů musí splňovat akceptační kritérium, to je z řetězce generovaných vzorků se vzorek uchová jen tehdy, pokud je jeho pravděpodobnost vyšší, než vzorku předcházejícího.



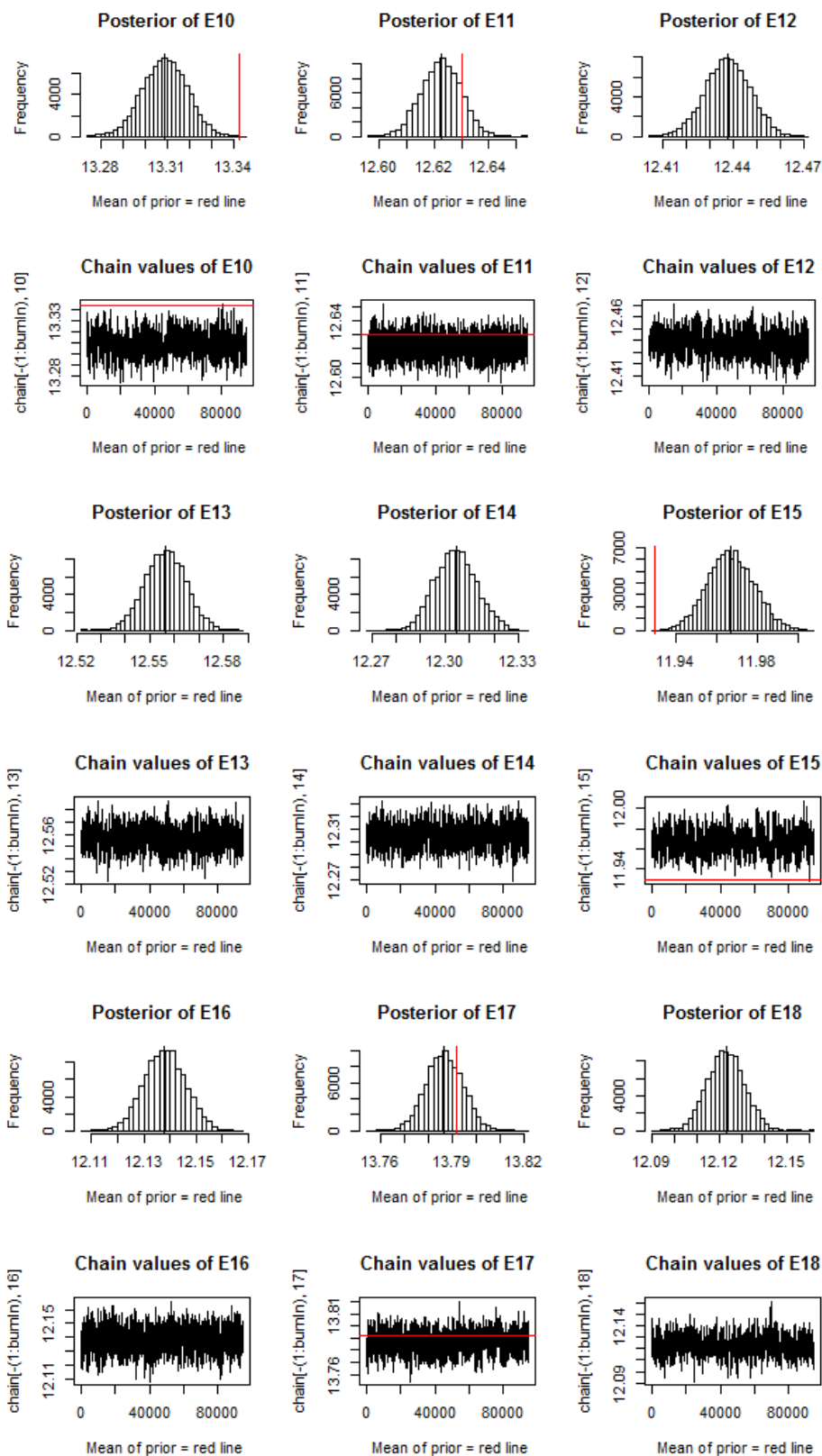
Obr. 4.2.2.3.1: Vygenerované řetězce a histogramy akceptovaných hodnot výsledných posteriorních rozdělení pro segmenty 1 až 3 nosníku 2 ze druhé série.

Vypočtené průhyby stanovíme po každém ze 100 000 kroků v závislosti na všech 18 hledaných modulech pružnosti z 51 rovnic, zahrnujících citlivostní

analýzu provedenou pro tento konkrétní nosník. Alternativou k řešení 51 rovnic by byl výpočet příslušných třech průhybů (pod levou silou, pod pravou silou a uprostřed rozpětí) po každém ze 100 000 kroků v MKP modelu. Provedená citlivostní analýza i zde prezentované výsledky prokazují, že i tento mnohem jednodušší postup, nahrazující MKP model rovnicemi, je velmi přesný.



Obr. 4.2.2.3.2: Vygenerované řetězce a histogramy akceptovaných hodnot výsledných posteriorních rozdělání pro segmenty 4 až 9 nosníku 2 ze druhé série.



Obr. 4.2.2.3.3: Vygenerované řetězce a histogramy akceptovaných hodnot výsledných posteriorních rozdělání pro segmenty 10 až 18 nosníku 2 ze druhé série.



Histogramy posteriorních rozdělání lokálních modulů pružnosti v segmentu 1 až 18 nosníku 2 jsou uvedeny v obrázcích 4.2.2.3.1 až 4.2.2.3.3 a jejich výsledné střední hodnoty a směrodatné odchylky ve srovnání s priorním rozděláním jsou v tabulce 4.2.2.3.2.

K řešení byl opět použit program Jags, ve kterém je možno MCMC snadno generovat. Srovnání tabulek 4.2.1.1 a 4.2.2.3.8 prokazuje, že nyní je updating mnohem rovnoměrnější, což bylo cílem. Nově vzniklé soubory modulů pružnosti mohou být vstupem do přesnějších MKP modelů. Lze je také použít v následující podkapitole pro nalezení rozložení pevností. Správnost nalezeného řešení dokazuje také závěrečná tabulka (4.2.2.3.12), společná pro všech pět nosníků, která srovnává sumy metody nejmenších čtverců, pro měřené průhyby a průhyby vypočtené v MKP modelech, pro příslušné soubory modulů pružnosti.

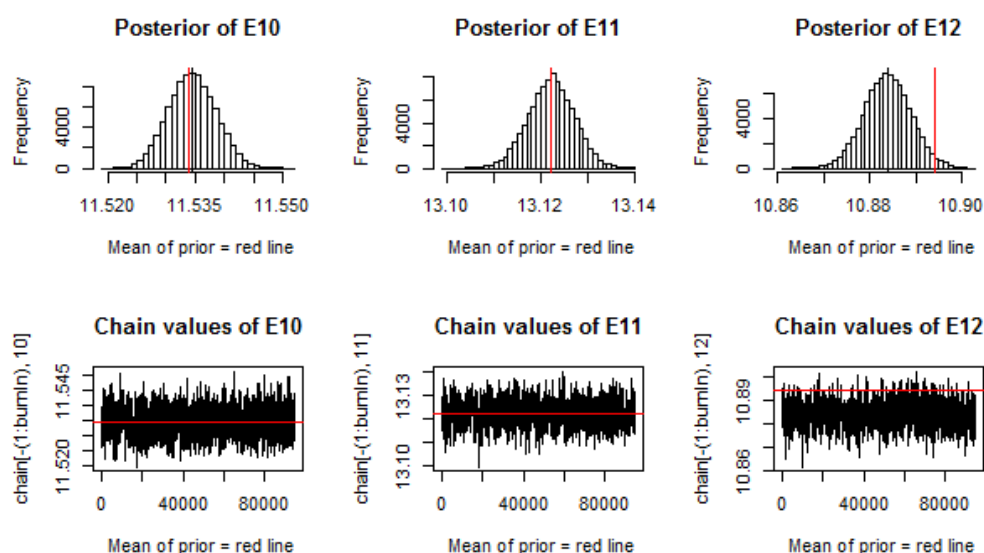
| Seg. | $\mu_E^m$<br>(GPa) | $\sigma_E^{pr}$<br>(GPa) | $\mu_E^{pr}$<br>(GPa) | $\mu_E^{po}$<br>(GPa) | $\sigma_E^{po}$<br>(GPa) | $\mu_E^{pr} - \mu_E^{po}$<br>(GPa) | $\sigma_E^{pr} - \sigma_E^{po}$<br>(GPa) |
|------|--------------------|--------------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------|------------------------------------|------------------------------------------|
| 1    | 13.402             | 1.281                    | 12.862                | 12.808                | 1.209                    | 0.054                              | 0.0722                                   |
| 2    | 10.588             | 1.211                    | 10.048                | 9.597                 | 0.695                    | 0.451                              | 0.5164                                   |
| 3    | 11.535             | 0.723                    | 10.995                | 10.996                | 0.733                    | -0.001                             | -0.01                                    |
| 4    | 12.784             | 1.067                    | 12.244                | 12.414                | 1.015                    | -0.170                             | 0.052                                    |
| 5    | 12.587             | 0.919                    | 12.047                | 11.767                | 0.913                    | 0.280                              | 0.006                                    |
| 6    | 13.478             | 0.881                    | 12.938                | 13.146                | 0.852                    | -0.208                             | 0.029                                    |
| 7    | 12.826             | 0.942                    | 12.286                | 11.897                | 0.975                    | 0.389                              | -0.033                                   |
| 8    | 13.254             | 0.919                    | 12.714                | 12.684                | 0.883                    | 0.030                              | 0.036                                    |
| 9    | 12.674             | 1.009                    | 12.134                | 12.086                | 0.997                    | 0.048                              | 0.012                                    |
| 10   | 13.883             | 1.003                    | 13.343                | 13.309                | 0.998                    | 0.034                              | 0.005                                    |
| 11   | 13.17              | 0.709                    | 12.63                 | 12.622                | 0.721                    | 0.008                              | -0.012                                   |
| 12   | 13.024             | 0.970                    | 12.484                | 12.438                | 0.956                    | 0.046                              | 0.014                                    |
| 13   | 12.945             | 0.854                    | 12.405                | 12.556                | 0.828                    | -0.151                             | 0.026                                    |
| 14   | 13.117             | 0.892                    | 12.577                | 12.304                | 0.827                    | 0.273                              | 0.065                                    |
| 15   | 12.469             | 1.181                    | 11.929                | 11.967                | 1.133                    | -0.038                             | 0.048                                    |
| 16   | 12.788             | 0.777                    | 12.248                | 12.138                | 0.776                    | 0.110                              | 0.001                                    |
| 17   | 14.332             | 0.766                    | 13.792                | 13.787                | 0.772                    | 0.005                              | -0.006                                   |
| 18   | 12.828             | 0.874                    | 12.288                | 12.123                | 0.82                     | 0.165                              | 0.054                                    |

Tab. 4.2.2.3.2: Srovnání statistických parametrů modulů pružnosti v segmentech nosníku 2 před a po jejich aktualizaci. Směrodatné odchylky byly v programu použity setinou prezentované hodnoty.

Výsledné průhyby, které jsou potom metodou nejmenších čtverců srovnány s průhyby měřenými, jsou uspořádány v tabulce 4.2.2.3.3.

| j  | w <sub>L</sub> (mm) |       |       | w <sub>S</sub> (mm) |       |       | w <sub>P</sub> (mm) |       |       |
|----|---------------------|-------|-------|---------------------|-------|-------|---------------------|-------|-------|
|    | měř.                | pův.  | výsl. | měř.                | pův.  | výsl. | měř.                | pův.  | výsl. |
| 1  | 1.24                | 1.29  | 1.38  | 1.44                | 1.49  | 1.59  | 1.38                | 1.29  | 1.38  |
| 2  | 2.67                | 2.58  | 2.75  | 2.96                | 2.97  | 3.17  | 2.73                | 2.59  | 2.77  |
| 3  | 4.06                | 3.88  | 4.13  | 4.55                | 4.46  | 4.76  | 4.12                | 3.88  | 4.15  |
| 4  | 5.39                | 5.17  | 5.51  | 6.10                | 5.94  | 6.34  | 5.51                | 5.18  | 5.53  |
| 5  | 6.77                | 6.46  | 6.88  | 7.59                | 7.43  | 7.93  | 6.91                | 6.47  | 6.92  |
| 6  | 8.09                | 7.75  | 8.26  | 9.16                | 8.91  | 9.52  | 8.27                | 7.77  | 8.30  |
| 7  | 9.59                | 9.05  | 9.64  | 10.70               | 10.40 | 11.10 | 9.74                | 9.06  | 9.69  |
| 8  | 10.80               | 10.34 | 11.02 | 12.21               | 11.88 | 12.69 | 11.14               | 10.35 | 11.07 |
| 9  | 12.23               | 11.63 | 12.39 | 13.85               | 13.37 | 14.27 | 12.54               | 11.65 | 12.45 |
| 10 | 13.78               | 12.92 | 13.77 | 15.48               | 14.85 | 15.86 | 14.00               | 12.94 | 13.84 |
| 11 | 15.14               | 14.21 | 15.15 | 17.03               | 16.34 | 17.45 | 15.41               | 14.24 | 15.22 |
| 12 | 16.54               | 15.51 | 16.52 | 18.63               | 17.82 | 19.03 | 16.82               | 15.53 | 16.60 |
| 13 | 17.99               | 16.80 | 17.90 | 20.29               | 19.31 | 20.62 | 18.26               | 16.83 | 17.99 |
| 14 | 19.44               | 18.09 | 19.28 | 21.95               | 20.79 | 22.20 | 19.74               | 18.12 | 19.37 |
| 15 | 20.83               | 19.38 | 20.65 | 23.57               | 22.28 | 23.79 | 21.13               | 19.41 | 20.76 |
| 16 | 22.35               | 20.68 | 22.03 | 25.34               | 23.76 | 25.37 | 22.67               | 20.71 | 22.14 |
| 17 | 23.65               | 21.97 | 23.41 | 26.85               | 25.25 | 26.96 | 23.96               | 22.00 | 23.52 |

Tab. 4.2.2.3.3: Tabulka srovnání měřených a vypočtených průhybů nosníku 2 druhé série. Celkové zatížení nosníku přirůstalo s každým zatěžovacím stupněm, označeným j, o 4 kN.



Obr. 4.2.2.3.4: Vygenerované řetězce a histogramy akceptovaných hodnot výsledných posteriorních rozdělení pro segmenty 10 až 12 nosníku 3 ze druhé série.

Nosník 3, ze druhé série vyžadoval opravu souborů modulů pružnosti v 19 segmentech. K dispozici byly průhyby ve 20 zatěžovacích stavech, to je celkem 60 rovnic. Graficky budou výsledky uvedeny pouze ve třech segmentech, a to například v segmentech 10, 11, 12 (obr. 4.2.2.3.4) a výsledky jsou shrnuty v tabulkách 4.2.2.3.4 a 4.2.2.3.5.

| Seg. | $\mu_E^m$<br>(GPa) | $\sigma_E^m$<br>(GPa) | $\mu_E^{pr}$<br>(GPa) | $\mu_E^{po}$<br>(GPa) | $\sigma_E^{po}$<br>(GPa) | $\mu_E^{pr} - \mu_E^{po}$<br>(GPa) | $\sigma_E^{pr} - \sigma_E^{po}$<br>(GPa) |
|------|--------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------|------------------------------------|------------------------------------------|
| 1    | 11.676             | 1.422                 | 11.946                | 11.300                | 1.197                    | 0.646                              | 0.225                                    |
| 2    | 11.229             | 1.445                 | 11.499                | 12.007                | 1.173                    | -0.508                             | 0.272                                    |
| 3    | 12.277             | 1.602                 | 12.547                | 12.523                | 1.573                    | 0.024                              | 0.029                                    |
| 4    | 11.254             | 1.109                 | 11.524                | 11.516                | 1.079                    | 0.008                              | 0.030                                    |
| 5    | 11.323             | 1.906                 | 11.593                | 11.352                | 1.973                    | 0.241                              | -0.067                                   |
| 6    | 13.527             | 1.320                 | 13.797                | 13.876                | 1.305                    | -0.079                             | 0.015                                    |
| 7    | 11.744             | 1.018                 | 12.014                | 12.011                | 1.019                    | 0.003                              | -0.001                                   |
| 8    | 11.109             | 0.807                 | 11.379                | 11.378                | 0.822                    | 0.001                              | -0.015                                   |
| 9    | 11.718             | 2.003                 | 11.988                | 11.940                | 1.998                    | 0.048                              | 0.005                                    |
| 10   | 11.264             | 0.808                 | 11.534                | 11.535                | 0.807                    | -0.001                             | 0.001                                    |
| 11   | 12.852             | 0.984                 | 13.122                | 13.122                | 0.972                    | 0                                  | 0.012                                    |
| 12   | 10.624             | 1.067                 | 10.894                | 10.884                | 1.014                    | 0.010                              | 0.053                                    |
| 13   | 11.461             | 0.921                 | 11.731                | 11.732                | 0.926                    | -0.001                             | -0.005                                   |
| 14   | 11.853             | 1.851                 | 12.123                | 12.022                | 1.908                    | 0.101                              | -0.057                                   |
| 15   | 10.985             | 2.338                 | 11.255                | 11.357                | 1.915                    | -0.102                             | 0.423                                    |
| 16   | 10.887             | 2.247                 | 11.157                | 10.883                | 2.272                    | 0.274                              | -0.025                                   |
| 17   | 11.929             | 1.651                 | 12.199                | 11.693                | 1.350                    | 0.506                              | 0.302                                    |
| 18   | 11.921             | 1.311                 | 12.191                | 12.529                | 1.104                    | -0.338                             | 0.207                                    |
| 19   | 12.15              | 1.357                 | 12.42                 | 12.308                | 1.432                    | 0.112                              | -0.075                                   |

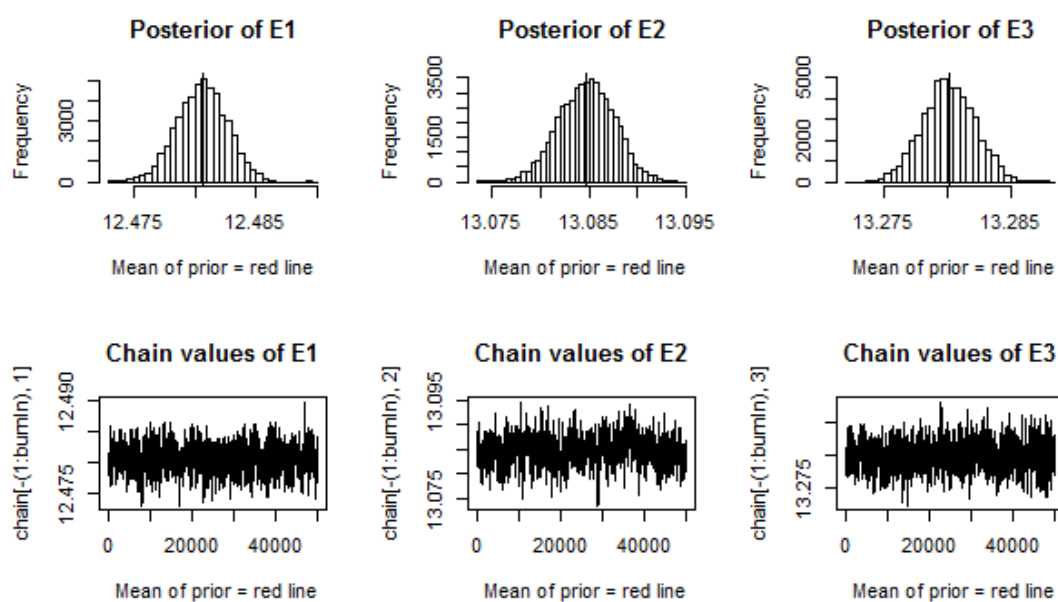
Tab. 4.2.2.3.4: Srovnání statistických parametrů modulů pružnosti v segmentech nosníku 3 před a po jejich aktualizaci.

Nosník 3 byl z celé sledované série mírně netypický, neboť již po prvním stupni aktualizace byl součet čtverců vzdáleností mezi vypočtenými a měřenými průhyby velmi nízký, nejnižší z celé série. Po aktualizaci tento součet ještě dále klesl.

| j | $w_L$ (mm) |      |       | $w_S$ (mm) |      |       | $w_P$ (mm) |      |       |
|---|------------|------|-------|------------|------|-------|------------|------|-------|
|   | měř.       | pův. | výsl. | měř.       | pův. | výsl. | měř.       | pův. | výsl. |
| 1 | 1.27       | 1.42 | 1.39  | 1.35       | 1.63 | 1.60  | 1.29       | 1.42 | 1.39  |
| 2 | 2.88       | 2.84 | 2.79  | 3.14       | 3.27 | 3.20  | 2.83       | 2.85 | 2.77  |

|    |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 3  | 4.40  | 4.27  | 4.18  | 4.78  | 4.90  | 4.80  | 4.34  | 4.27  | 4.16  |
| 4  | 5.64  | 5.69  | 5.57  | 6.21  | 6.53  | 6.40  | 5.67  | 5.69  | 5.55  |
| 5  | 7.09  | 7.11  | 6.97  | 7.75  | 8.17  | 8.00  | 7.02  | 7.12  | 6.93  |
| 6  | 8.43  | 8.53  | 8.36  | 9.21  | 9.80  | 9.60  | 8.28  | 8.54  | 8.32  |
| 7  | 9.71  | 9.95  | 9.75  | 10.75 | 11.44 | 11.20 | 9.67  | 9.97  | 9.71  |
| 8  | 11.12 | 11.37 | 11.15 | 12.31 | 13.07 | 12.80 | 11.05 | 11.39 | 11.09 |
| 9  | 12.63 | 12.80 | 12.54 | 13.95 | 14.70 | 14.39 | 12.42 | 12.81 | 12.48 |
| 10 | 13.99 | 14.22 | 13.93 | 15.49 | 16.34 | 15.99 | 13.83 | 14.24 | 13.87 |
| 11 | 15.52 | 15.64 | 15.33 | 17.14 | 17.97 | 17.59 | 15.26 | 15.66 | 15.25 |
| 12 | 16.82 | 17.06 | 16.72 | 18.64 | 19.60 | 19.19 | 16.51 | 17.08 | 16.64 |
| 13 | 18.33 | 18.48 | 18.11 | 20.31 | 21.24 | 20.79 | 17.97 | 18.51 | 18.03 |
| 14 | 19.88 | 19.90 | 19.51 | 22.11 | 22.87 | 22.39 | 19.53 | 19.93 | 19.41 |
| 15 | 21.27 | 21.33 | 20.90 | 23.72 | 24.50 | 23.99 | 20.88 | 21.36 | 20.80 |
| 16 | 22.67 | 22.75 | 22.29 | 25.31 | 26.14 | 25.59 | 22.30 | 22.78 | 22.19 |
| 17 | 24.09 | 24.17 | 23.69 | 26.92 | 27.77 | 27.19 | 23.74 | 24.20 | 23.57 |
| 18 | 25.52 | 25.59 | 25.08 | 28.61 | 29.40 | 28.79 | 25.02 | 25.63 | 24.96 |
| 19 | 26.83 | 27.01 | 26.47 | 30.18 | 31.04 | 30.39 | 26.39 | 27.05 | 26.34 |
| 20 | 28.29 | 28.43 | 27.87 | 31.93 | 32.67 | 31.99 | 27.93 | 28.47 | 27.73 |

Tab. 4.2.2.3.5: Tabulka srovnání měřených a vypočtených průhybů nosníku 3 druhé série.



Obr. 4.2.2.3.5: Vygenerované řetězce a histogramy akceptovaných hodnot výsledných posteriorních rozdělání pro segmenty 1, 2 a 3 nosníku 4 ze druhé série.

U nosníku 4, ze druhé série, došlo ke kolapsu snímače pod pravou silou, proto jsou u tohoto nosníku řešeny pouze dva průhyby. Na druhou stranu má tento nosník druhou nejvyšší únosnost ze všech, proto máme na opravu

souborů modulů pružnosti k dispozici 32 zatěžovacích stupňů, to je celkem 64 rovnic. Absence měření průhybů na pravé straně však vede k řádově nižší dosažené shodě mezi měřenými a vypočtenými průhyby, a to i po jejich hrubé aktualizaci. Výstupy z programu Jags jsou prezentovány v segmentech 1, 2, 3 (obr. 4.2.2.3.5). Výsledné parametry souborů modulů pružnosti jsou potom v tabulce 4.2.2.3.6.

| Seg. | $\mu_E^m$<br>(GPa) | $\sigma_E^m$<br>(GPa) | $\mu_E^{pr}$<br>(GPa) | $\mu_E^{po}$<br>(GPa) | $\sigma_E^{po}$<br>(GPa) | $\mu_E^{pr} - \mu_E^{po}$<br>(GPa) | $\sigma_E^{pr} - \sigma_E^{po}$<br>(GPa) |
|------|--------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------|------------------------------------|------------------------------------------|
| 1    | 12.537             | 1.362                 | 13.197                | 12.481                | 1.018                    | 0.716                              | 0.344                                    |
| 2    | 11.577             | 1.664                 | 12.237                | 13.085                | 1.445                    | -0.848                             | 0.219                                    |
| 3    | 12.653             | 1.112                 | 13.313                | 13.280                | 1.044                    | 0.033                              | 0.068                                    |
| 4    | 12.574             | 1.189                 | 13.234                | 13.230                | 1.204                    | 0.004                              | -0.015                                   |
| 5    | 11.748             | 0.873                 | 12.408                | 12.314                | 0.863                    | 0.094                              | 0.010                                    |
| 6    | 13.157             | 0.709                 | 13.817                | 13.847                | 0.705                    | -0.030                             | 0.004                                    |
| 7    | 13.587             | 1.004                 | 14.247                | 14.284                | 1.007                    | -0.037                             | -0.003                                   |
| 8    | 11.178             | 0.857                 | 11.838                | 11.827                | 0.844                    | 0.011                              | 0.013                                    |
| 9    | 10.921             | 0.892                 | 11.581                | 11.595                | 0.896                    | -0.014                             | -0.004                                   |
| 10   | 11.097             | 1.673                 | 11.757                | 11.690                | 1.752                    | 0.067                              | -0.079                                   |
| 11   | 11.604             | 1.128                 | 12.264                | 12.244                | 1.145                    | 0.020                              | -0.017                                   |
| 12   | 10.948             | 0.580                 | 11.608                | 11.608                | 0.598                    | 0                                  | -0.019                                   |
| 13   | 11.953             | 1.212                 | 12.613                | 12.324                | 1.260                    | 0.289                              | -0.048                                   |
| 14   | 10.842             | 1.446                 | 11.502                | 11.915                | 1.340                    | -0.413                             | 0.106                                    |
| 15   | 11.424             | 0.807                 | 12.084                | 11.845                | 0.802                    | 0.239                              | 0.005                                    |
| 16   | 11.466             | 0.860                 | 12.126                | 12.368                | 0.823                    | -0.242                             | 0.037                                    |
| 17   | 11.308             | 0.872                 | 11.968                | 11.890                | 0.715                    | 0.078                              | 0.156                                    |
| 18   | 11.413             | 1.225                 | 12.073                | 12.178                | 1.234                    | -0.105                             | -0.010                                   |

Tab. 4.2.2.3.6: Srovnání statistických parametrů modulů pružnosti v segmentech nosníku 4 před a po jejich aktualizaci, pro normální rozdělení.

Srovnání průhybů pro dvě korektně měřená místa je uvedeno v tabulce 4.2.2.3.7.

| j | $w_L$ (mm) |      |       | $w_S$ (mm) |      |       |
|---|------------|------|-------|------------|------|-------|
|   | měř.       | pův. | výsl. | měř.       | pův. | výsl. |
| 1 | 1.15       | 1.36 | 1.27  | 1.26       | 1.64 | 1.57  |
| 2 | 2.62       | 2.73 | 2.55  | 2.82       | 3.28 | 3.14  |
| 3 | 4.03       | 4.09 | 3.82  | 4.48       | 4.92 | 4.71  |

|    |       |       |       |       |       |       |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 4  | 5.48  | 5.45  | 5.10  | 6.09  | 6.55  | 6.28  |
| 5  | 7.06  | 6.82  | 6.37  | 7.74  | 8.19  | 7.85  |
| 6  | 8.23  | 8.18  | 7.64  | 9.17  | 9.83  | 9.42  |
| 7  | 9.47  | 9.54  | 8.92  | 10.54 | 11.47 | 10.99 |
| 8  | 10.72 | 10.91 | 10.19 | 11.92 | 13.11 | 12.56 |
| 9  | 11.93 | 12.27 | 11.47 | 13.37 | 14.75 | 14.13 |
| 10 | 13.22 | 13.63 | 12.74 | 14.73 | 16.39 | 15.70 |
| 11 | 14.54 | 15.00 | 14.02 | 16.24 | 18.02 | 17.27 |
| 12 | 15.80 | 16.36 | 15.29 | 17.61 | 19.66 | 18.84 |
| 13 | 17.07 | 17.72 | 16.56 | 19.13 | 21.30 | 20.41 |
| 14 | 18.36 | 19.09 | 17.84 | 20.56 | 22.94 | 21.98 |
| 15 | 19.70 | 20.45 | 19.11 | 22.08 | 24.58 | 23.55 |
| 16 | 20.88 | 21.81 | 20.39 | 23.47 | 26.22 | 25.12 |
| 17 | 22.27 | 23.18 | 21.66 | 25.04 | 27.85 | 26.69 |
| 18 | 23.62 | 24.54 | 22.93 | 26.65 | 29.49 | 28.26 |
| 19 | 24.87 | 25.90 | 24.21 | 28.09 | 31.13 | 29.83 |
| 20 | 26.17 | 27.27 | 25.48 | 29.67 | 32.77 | 31.40 |
| 21 | 27.49 | 28.63 | 26.76 | 31.20 | 34.41 | 32.97 |
| 22 | 28.81 | 30.00 | 28.03 | 32.80 | 36.05 | 34.54 |
| 23 | 30.20 | 31.36 | 29.31 | 34.45 | 37.69 | 36.11 |
| 24 | 31.45 | 32.72 | 30.58 | 35.98 | 39.32 | 37.68 |
| 25 | 32.70 | 34.09 | 31.85 | 37.57 | 40.96 | 39.25 |
| 26 | 34.08 | 35.45 | 33.13 | 39.25 | 42.60 | 40.82 |
| 27 | 35.42 | 36.81 | 34.40 | 40.94 | 44.24 | 42.39 |
| 28 | 36.69 | 38.18 | 35.68 | 42.51 | 45.88 | 43.96 |
| 29 | 38.04 | 39.54 | 36.95 | 44.32 | 47.52 | 45.53 |
| 30 | 39.69 | 40.90 | 38.22 | 46.33 | 49.16 | 47.10 |
| 31 | 41.23 | 42.27 | 39.50 | 48.10 | 50.79 | 48.67 |
| 32 | 42.32 | 43.63 | 40.77 | 49.39 | 52.43 | 50.24 |

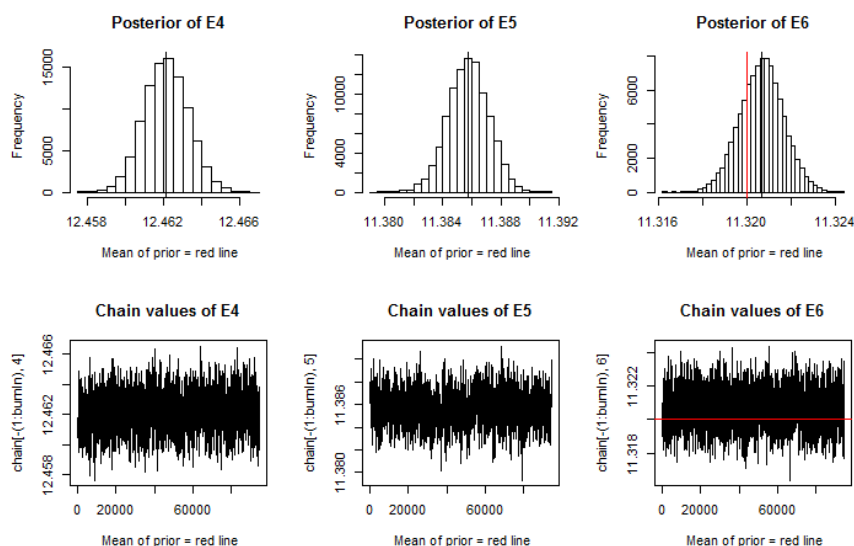
Tab. 4.2.2.3.7: Tabulka srovnání měřených a vypočtených průhybů nosníku 4 druhé série.

Na posledním nosníku druhé série, to je, nosníku 5 bylo prokázáno, že není nutné používat lognormální rozdělení modulů pružnosti v segmentech, ale že jejich normální rozdělení povede prakticky ke stejným výsledkům.

| Seg. | $\mu_E^m$<br>(GPa) | $\sigma_E^m$<br>(GPa) | $\mu_E^{pr}$<br>(GPa) | $\mu_E^{po}$<br>(GPa) | $\sigma_E^{po}$<br>(GPa) | $\mu_E^{pr} - \mu_E^{po}$<br>(GPa) | $\sigma_E^{pr} - \sigma_E^{po}$<br>(GPa) |
|------|--------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------|------------------------------------|------------------------------------------|
| 1    | 11.27              | 1.36                  | 11.36                 | 11.30                 | 0.98                     | 0.06                               | 0.38                                     |

|    |       |      |       |       |      |       |       |
|----|-------|------|-------|-------|------|-------|-------|
| 2  | 12.58 | 0.84 | 12.67 | 12.67 | 0.84 | 0     | 0     |
| 3  | 10.48 | 2.75 | 10.57 | 10.64 | 2.52 | -0.07 | 0.23  |
| 4  | 12.39 | 1.19 | 12.48 | 12.46 | 1.16 | 0.02  | 0.03  |
| 5  | 11.32 | 1.41 | 11.41 | 11.39 | 1.40 | 0.02  | 0.01  |
| 6  | 11.23 | 0.97 | 11.32 | 11.32 | 0.98 | 0     | -0.01 |
| 7  | 12.36 | 0.96 | 12.45 | 12.46 | 0.96 | -0.01 | 0     |
| 8  | 12.16 | 1.21 | 12.25 | 12.22 | 1.21 | 0.03  | 0     |
| 9  | 11.33 | 1.93 | 11.42 | 11.42 | 1.91 | 0     | 0.02  |
| 10 | 12.43 | 0.94 | 12.52 | 12.52 | 0.95 | 0     | -0.01 |
| 11 | 11.36 | 1.35 | 11.45 | 11.44 | 1.35 | 0.01  | 0     |
| 12 | 10.84 | 1.04 | 10.93 | 10.93 | 1.03 | 0     | 0.01  |
| 13 | 11.77 | 1.01 | 11.86 | 11.86 | 1.01 | 0     | 0     |
| 14 | 12.18 | 0.96 | 12.27 | 12.27 | 0.97 | 0     | -0.01 |
| 15 | 12.66 | 0.84 | 12.75 | 12.75 | 0.84 | 0     | 0     |
| 16 | 11.76 | 0.90 | 11.85 | 11.86 | 0.90 | -0.01 | 0     |
| 17 | 12.28 | 1.26 | 12.37 | 12.35 | 1.25 | 0.02  | 0.01  |
| 18 | 12.15 | 1.34 | 12.24 | 12.25 | 1.32 | -0.01 | 0.02  |
| 19 | 12.47 | 1.03 | 12.56 | 12.54 | 0.97 | 0.02  | 0.06  |
| 20 | 11.65 | 1.96 | 11.74 | 11.92 | 1.84 | -0.18 | 0.12  |
| 21 | 12.23 | 1.24 | 12.32 | 12.21 | 1.12 | 0.11  | 0.12  |

Tab. 4.2.2.3.8: Srovnání statistických parametrů modulů pružnosti v segmentech nosníku 5 před a po jejich aktualizaci, pro normální rozdělení.



Obr. 4.2.2.3.6: Vygenerované řetězce a histogramy akceptovaných hodnot výsledných posteriorních rozdělení pro segmenty 4, 5 a 6 nosníku 5 ze druhé série.

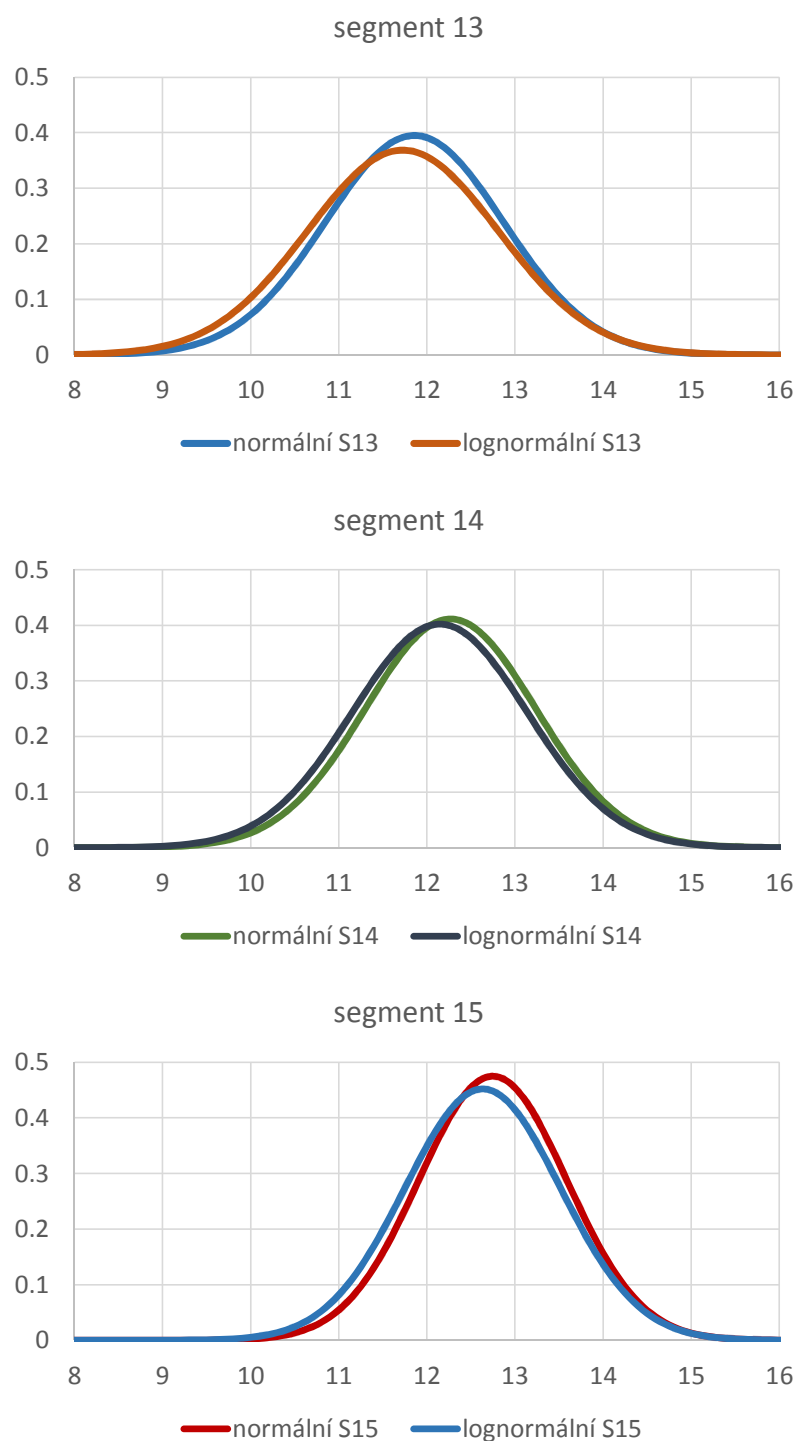


Uvedené výsledky a tabulky (4.2.2.3.8) jsou proto pro normální rozdělení, stejně jako u ostatních nosníků, ale na závěr jsou ještě u třech segmentů graficky srovnány priorní a posteriorní rozdělení ve třech segmentech, a to jak při použití normálního, tak i lognormálního rozdělení. Průhyby vypočtené z aktualizovaných modulů pružnosti ve všech zatěžovacích stupních jsou uvedeny jako výsledné v tabulce 4.2.2.3.9. Ukázky řetězců a histogramů v segmentech 4, 5, 6 jsou na obrázku 4.2.2.3.6.

| j  | w <sub>L</sub> (mm) |       |       | w <sub>S</sub> (mm) |       |       | w <sub>P</sub> (mm) |       |       |
|----|---------------------|-------|-------|---------------------|-------|-------|---------------------|-------|-------|
|    | měř.                | pův.  | výsl. | měř.                | pův.  | výsl. | měř.                | pův.  | výsl. |
| 1  | 1.25                | 1.40  | 1.39  | 1.46                | 1.63  | 1.62  | 1.27                | 1.39  | 1.38  |
| 2  | 2.69                | 2.79  | 2.78  | 2.99                | 3.26  | 3.24  | 2.73                | 2.78  | 2.76  |
| 3  | 3.95                | 4.19  | 4.16  | 4.52                | 4.89  | 4.87  | 4.04                | 4.17  | 4.15  |
| 4  | 5.38                | 5.59  | 5.55  | 6.13                | 6.52  | 6.49  | 5.53                | 5.56  | 5.53  |
| 5  | 6.76                | 6.98  | 6.94  | 7.65                | 8.15  | 8.11  | 6.91                | 6.94  | 6.91  |
| 6  | 8.10                | 8.38  | 8.33  | 9.20                | 9.78  | 9.73  | 8.25                | 8.33  | 8.29  |
| 7  | 9.54                | 9.78  | 9.72  | 10.76               | 11.41 | 11.35 | 9.69                | 9.72  | 9.68  |
| 8  | 10.77               | 11.18 | 11.10 | 12.26               | 13.04 | 12.97 | 11.10               | 11.11 | 11.06 |
| 9  | 12.23               | 12.57 | 12.49 | 13.78               | 14.67 | 14.60 | 12.45               | 12.50 | 12.44 |
| 10 | 13.63               | 13.97 | 13.88 | 15.49               | 16.30 | 16.22 | 13.98               | 13.89 | 13.82 |
| 11 | 15.15               | 15.37 | 15.27 | 17.06               | 17.93 | 17.84 | 15.47               | 15.28 | 15.21 |
| 12 | 16.55               | 16.76 | 16.66 | 18.73               | 19.56 | 19.46 | 16.91               | 16.67 | 16.59 |
| 13 | 17.95               | 18.16 | 18.05 | 20.32               | 21.19 | 21.08 | 18.41               | 18.06 | 17.97 |
| 14 | 19.37               | 19.56 | 19.43 | 21.99               | 22.82 | 22.70 | 19.77               | 19.44 | 19.35 |
| 15 | 20.79               | 20.95 | 20.82 | 23.58               | 24.45 | 24.33 | 21.27               | 20.83 | 20.74 |
| 16 | 22.12               | 22.35 | 22.21 | 25.13               | 26.08 | 25.95 | 22.65               | 22.22 | 22.12 |
| 17 | 23.62               | 23.75 | 23.60 | 26.85               | 27.71 | 27.57 | 24.20               | 23.61 | 23.50 |
| 18 | 25.01               | 25.14 | 24.99 | 28.47               | 29.34 | 29.19 | 25.65               | 25.00 | 24.88 |
| 19 | 26.40               | 26.54 | 26.37 | 30.10               | 30.97 | 30.81 | 27.05               | 26.39 | 26.27 |
| 20 | 27.82               | 27.94 | 27.76 | 31.77               | 32.61 | 32.43 | 28.51               | 27.78 | 27.65 |
| 21 | 29.42               | 29.34 | 29.15 | 33.66               | 34.24 | 34.06 | 30.15               | 29.17 | 29.03 |
| 22 | 30.46               | 30.73 | 30.54 | 34.94               | 35.87 | 35.68 | 31.20               | 30.56 | 30.41 |
| 23 | 32.14               | 32.13 | 31.93 | 36.97               | 37.50 | 37.30 | 32.96               | 31.95 | 31.80 |
| 24 | 33.39               | 33.53 | 33.31 | 38.57               | 39.13 | 38.92 | 34.50               | 33.33 | 33.18 |

*Tab. 4.2.2.3.9: Tabulka srovnání měřených a vypočtených průhybů nosníku 5 druhé série.*

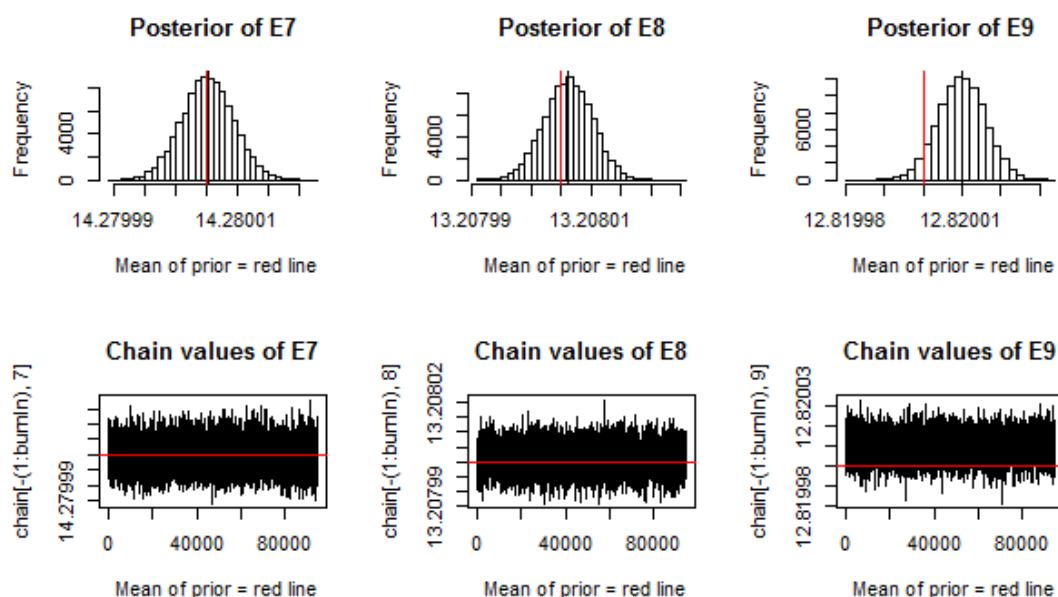
Obrázek 4.2.2.3.7 dokumentuje, že použití lognormálního rozdělení priorních souborů modulů pružnosti není nutné. Mírné rozdíly výsledků byly způsobeny větší citlivostí na počet použitých desetinných míst u parametrů lognormálního rozdělení. I z tohoto důvodu je použití normálního rozdělení vhodnější.



*Obr. 4.2.2.3.7: Ukázka posteriorních distribucí modulů pružnosti v nosníku 5 v segmentech 13, 14, 15 pro normální a lognormální priorní rozdělení.*

Jako poslední je prezentován nosník s vůbec nejvyšší únosností ze všech testovaných. Je zde představen proto, že se jedná o nosník ze třetí série, zakoupený u jiné firmy, než nosníky druhé série a testován byl s odstupem

téměř dvou let oproti předcházející sérii. Je na něm tedy mimo jiné prokázána obecnější platnost použitých postupů.



Obr. 4.2.2.3.8: Vygenerované řetězce a histogramy akceptovaných hodnot výsledných posteriorních rozdělání pro segmenty 7, 8 a 9 nosníku 1 ze třetí série.

Jak bylo již zmíněno ve třetí podkapitole této práce, bylo u této série provedeno menší množství nedestruktivních testů lokálních modulů pružnosti. Získané výsledky, uvedené v tabulce 4.2.2.3.10 a na obrázku 4.2.2.3.8 dokládají, že rozsah souboru měřených hodnot byl dostatečný.

| Seg. | $\mu_E^m$<br>(GPa) | $\sigma_E^m$<br>(GPa) | $\mu_E^{pr}$<br>(GPa) | $\mu_E^{po}$<br>(GPa) | $\sigma_E^{po}$<br>(GPa) | $\mu_E^{pr} - \mu_E^{po}$<br>(GPa) | $\sigma_E^{pr} - \sigma_E^{po}$<br>(GPa) |
|------|--------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------|------------------------------------|------------------------------------------|
| 1    | 13.682             | 0.971                 | 13.672                | 13.673                | 0.962                    | -0.001                             | 0.009                                    |
| 2    | 12.660             | 0.87                  | 12.650                | 12.650                | 0.897                    | 0                                  | -0.027                                   |
| 3    | 14.435             | 0.916                 | 14.425                | 14.425                | 0.921                    | 0                                  | -0.005                                   |
| 4    | 14.228             | 0.672                 | 14.218                | 14.218                | 0.688                    | 0                                  | -0.016                                   |
| 5    | 13.959             | 0.741                 | 13.949                | 13.949                | 0.747                    | 0                                  | -0.006                                   |
| 6    | 13.655             | 0.705                 | 13.645                | 13.645                | 0.702                    | 0                                  | 0.003                                    |
| 7    | 14.290             | 0.422                 | 14.280                | 14.280                | 0.420                    | 0                                  | 0.002                                    |
| 8    | 13.218             | 0.401                 | 13.208                | 13.208                | 0.405                    | 0                                  | -0.004                                   |
| 9    | 12.830             | 0.595                 | 12.820                | 12.820                | 0.607                    | 0                                  | -0.012                                   |
| 10   | 13.964             | 0.589                 | 13.954                | 13.954                | 0.587                    | 0                                  | 0.002                                    |
| 11   | 12.661             | 0.636                 | 12.651                | 12.651                | 0.632                    | 0                                  | 0.004                                    |

|    |        |       |        |        |       |        |        |
|----|--------|-------|--------|--------|-------|--------|--------|
| 12 | 12.543 | 0.829 | 12.533 | 12.533 | 0.867 | 0      | -0.038 |
| 13 | 13.848 | 0.663 | 13.838 | 13.838 | 0.672 | 0      | -0.009 |
| 14 | 13.954 | 0.553 | 13.944 | 13.944 | 0.564 | 0      | -0.011 |
| 15 | 13.619 | 0.805 | 13.609 | 13.609 | 0.789 | 0      | 0.016  |
| 16 | 12.588 | 1.547 | 12.578 | 12.578 | 1.515 | 0      | 0.032  |
| 17 | 13.670 | 0.926 | 13.660 | 13.661 | 0.934 | -0.001 | -0.008 |
| 18 | 13.143 | 0.4   | 13.133 | 13.133 | 0.403 | 0      | -0.003 |

*Tab. 4.2.2.3.10: Srovnání statistických parametrů modulů pružnosti v segmentech nosníku1, ze třetí série, před a po jejich aktualizaci, pro normální rozdělení.*

U nosníku s nejvyšší únosností 148 kN bylo použito všech 37 zatěžovacích stupňů (tab. 4.2.2.3.11).

| j  | w <sub>L</sub> (mm) |       |       | w <sub>S</sub> (mm) |       |       | w <sub>P</sub> (mm) |       |       |
|----|---------------------|-------|-------|---------------------|-------|-------|---------------------|-------|-------|
|    | měř.                | pův.  | výsl. | měř.                | pův.  | výsl. | měř.                | pův.  | výsl. |
| 1  | 0.84                | 1.19  | 1.19  | 0.94                | 1.37  | 1.37  | 0.99                | 1.20  | 1.20  |
| 2  | 2.00                | 2.38  | 2.38  | 2.41                | 2.74  | 2.74  | 1.94                | 2.39  | 2.39  |
| 3  | 3.16                | 3.57  | 3.57  | 3.68                | 4.11  | 4.11  | 3.08                | 3.59  | 3.59  |
| 4  | 4.38                | 4.76  | 4.77  | 4.94                | 5.48  | 5.48  | 4.48                | 4.78  | 4.79  |
| 5  | 5.51                | 5.95  | 5.96  | 6.26                | 6.85  | 6.85  | 5.45                | 5.98  | 5.98  |
| 6  | 6.68                | 7.14  | 7.15  | 7.67                | 8.22  | 8.23  | 6.57                | 7.18  | 7.18  |
| 7  | 7.85                | 8.34  | 8.34  | 9.00                | 9.59  | 9.60  | 7.70                | 8.37  | 8.38  |
| 8  | 9.06                | 9.53  | 9.53  | 10.33               | 10.96 | 10.97 | 8.92                | 9.57  | 9.58  |
| 9  | 10.25               | 10.72 | 10.72 | 11.73               | 12.33 | 12.34 | 10.10               | 10.76 | 10.77 |
| 10 | 11.48               | 11.91 | 11.92 | 13.06               | 13.70 | 13.71 | 11.28               | 11.96 | 11.97 |
| 11 | 12.65               | 13.10 | 13.11 | 14.36               | 15.07 | 15.08 | 12.41               | 13.16 | 13.17 |
| 12 | 13.80               | 14.29 | 14.30 | 15.69               | 16.44 | 16.45 | 13.66               | 14.35 | 14.36 |
| 13 | 14.98               | 15.48 | 15.49 | 17.00               | 17.81 | 17.82 | 14.77               | 15.55 | 15.56 |
| 14 | 16.18               | 16.67 | 16.68 | 18.31               | 19.18 | 19.19 | 15.91               | 16.75 | 16.76 |
| 15 | 17.37               | 17.86 | 17.87 | 19.65               | 20.55 | 20.56 | 17.14               | 17.94 | 17.95 |
| 16 | 18.55               | 19.05 | 19.07 | 20.97               | 21.92 | 21.93 | 18.48               | 19.14 | 19.15 |
| 17 | 19.77               | 20.24 | 20.26 | 22.36               | 23.29 | 23.30 | 19.58               | 20.33 | 20.35 |
| 18 | 20.85               | 21.43 | 21.45 | 23.68               | 24.66 | 24.68 | 20.69               | 21.53 | 21.55 |
| 19 | 21.99               | 22.62 | 22.64 | 25.03               | 26.03 | 26.05 | 22.00               | 22.73 | 22.74 |
| 20 | 23.04               | 23.82 | 23.83 | 26.40               | 27.40 | 27.42 | 23.13               | 23.92 | 23.94 |
| 21 | 24.20               | 25.01 | 25.02 | 27.79               | 28.77 | 28.79 | 24.45               | 25.12 | 25.14 |
| 22 | 25.43               | 26.20 | 26.22 | 29.22               | 30.14 | 30.16 | 25.70               | 26.31 | 26.33 |
| 23 | 26.57               | 27.39 | 27.41 | 30.60               | 31.51 | 31.53 | 26.89               | 27.51 | 27.53 |
| 24 | 27.79               | 28.58 | 28.60 | 32.08               | 32.88 | 32.90 | 28.15               | 28.71 | 28.73 |
| 25 | 29.03               | 29.77 | 29.79 | 33.47               | 34.25 | 34.27 | 29.33               | 29.90 | 29.92 |
| 26 | 30.34               | 30.96 | 30.98 | 34.93               | 35.62 | 35.64 | 30.57               | 31.10 | 31.12 |
| 27 | 31.64               | 32.15 | 32.17 | 36.39               | 36.99 | 37.01 | 31.83               | 32.29 | 32.32 |

|    |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 28 | 33.01 | 33.34 | 33.37 | 37.90 | 38.36 | 38.38 | 33.13 | 33.49 | 33.51 |
| 29 | 34.42 | 34.53 | 34.56 | 39.39 | 39.73 | 39.75 | 34.35 | 34.69 | 34.71 |
| 30 | 35.76 | 35.72 | 35.75 | 40.96 | 41.10 | 41.13 | 35.62 | 35.88 | 35.91 |
| 31 | 37.28 | 36.91 | 36.94 | 42.55 | 42.47 | 42.50 | 36.88 | 37.08 | 37.11 |
| 32 | 38.79 | 38.10 | 38.13 | 44.26 | 43.84 | 43.87 | 38.35 | 38.27 | 38.30 |
| 33 | 40.29 | 39.29 | 39.32 | 45.99 | 45.21 | 45.24 | 39.79 | 39.47 | 39.50 |
| 34 | 41.77 | 40.49 | 40.51 | 47.71 | 46.58 | 46.61 | 41.39 | 40.67 | 40.70 |
| 35 | 43.37 | 41.68 | 41.71 | 49.50 | 47.95 | 47.98 | 42.95 | 41.86 | 41.89 |
| 36 | 45.16 | 42.87 | 42.90 | 51.52 | 49.32 | 49.35 | 44.90 | 43.06 | 43.09 |
| 37 | 46.70 | 44.06 | 44.09 | 53.34 | 50.69 | 50.72 | 46.59 | 44.26 | 44.29 |

*Tab. 4.2.2.3.11: Tabulka srovnání měřených a vypočtených průhybů nosníku 1 ze třetí série.*

Jak bylo již dříve uvedeno, správnost dosažených výsledků je u všech nosníků vyhodnocena v závěrečné tabulce se srovnáním součtu čtverců odchylek měřených průhybů a průhybů vypočtených za použití aktualizovaných souborů modulů pružnosti po prvním stupni aktualizace a po jejím druhém stupni. Aktualizaci souborů modulů pružnosti u nosníku 4 ze 2. série by bylo vhodnější ukončit po provedení jejího prvního stupně. Nalezení přesnějšího, než prezentovaného řešení je možné, vede však k nereálným aktualizacím středních hodnot souborů modulů pružnosti v některých segmentech, a to až o 2 GPa. Součet MNČ by pro tento případ byl 59,07. U nosníku 3 ze druhé série byly lokální moduly pružnosti naměřeny velmi přesně (oprava po prvním stupni aktualizace byla pouze 0,01GPa). Také druhý stupeň aktualizace vedl pouze k minimálním opravám, a to u dvou segmentů o jednu tisícinu GPa. Relativně velká suma MNČ je u tohoto nosníku dána použitím 37 zatěžovacích stavů.

| Nosník    | Součet MNČ   |                          |                          |
|-----------|--------------|--------------------------|--------------------------|
|           | Prozdělení E | První stupeň aktualizace | Druhý stupeň aktualizace |
| 2-série 2 | 47,89        | 7,31                     | 3,01                     |
| 3-série 2 | 13,83        | 3,92                     | 3,82                     |
| 4-série 2 | 224,33       | 68,87                    | 69,96                    |
| 5-série 2 | 20,22        | 18,74                    | 18,45                    |
| 1-série 3 | 81,69        | 81,6733                  | 81,6715                  |

*Tab. 4.2.2.3.12: Pokles součtu čtverců rozdílů měřených a vypočtených průhybů po prvním a druhém stupni aktualizace.*

Updatované hodnoty modulů pružnosti můžeme jednoduše využít pro výpočet pevností dřeva v segmentech. Jak bylo prokázáno v [4.2.3.1], jsou obě veličiny závislé na hustotě dřeva, měřené prostřednictvím Pilodynu.

### 4.3 Rozbor poškozování nosníků

Předmětem této podkapitoly je rozbor mechanismu poškození nosníků, které byly v průběhu ohybového testu snímány kamerou. Jsou zde prezentovány dva nosníky, u kterých došlo ke kolapsu porušením zubovitého spoje na spodním povrchu a dva nosníky, které spoj ve spodní lameli neobsahovaly (obr.4.3.1). Úroveň, na které bude porušování nosníků zkoumáno, je zde omezena na makropohled, snadno aplikovatelný do praxe, to je umožňující přesnější formulaci odhadu reálné únosnosti nosníku. Prezentovaná napětí jsou z 2D modelu každého nosníku s updatovanými moduly pružnosti ve směru vláken v segmentech. Tato napětí jsou konfrontována s deklarovanými pevnostmi dřeva a jsou z nich odvozeny reálné pevnosti kritických spojů. Ty jsou důležitým poznatkem pro praxi.

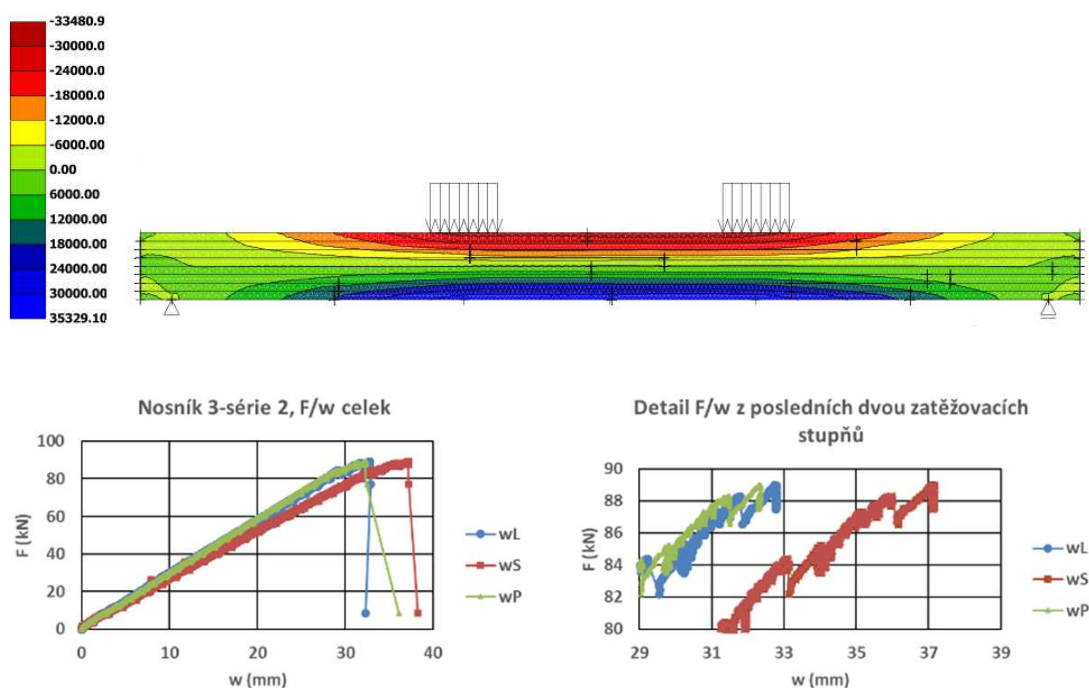


*Obr. 4.3.1: Ilustrace detailů obou typů poškození.*



### 4.3.1 Určení napětí v místech poškození nosníků

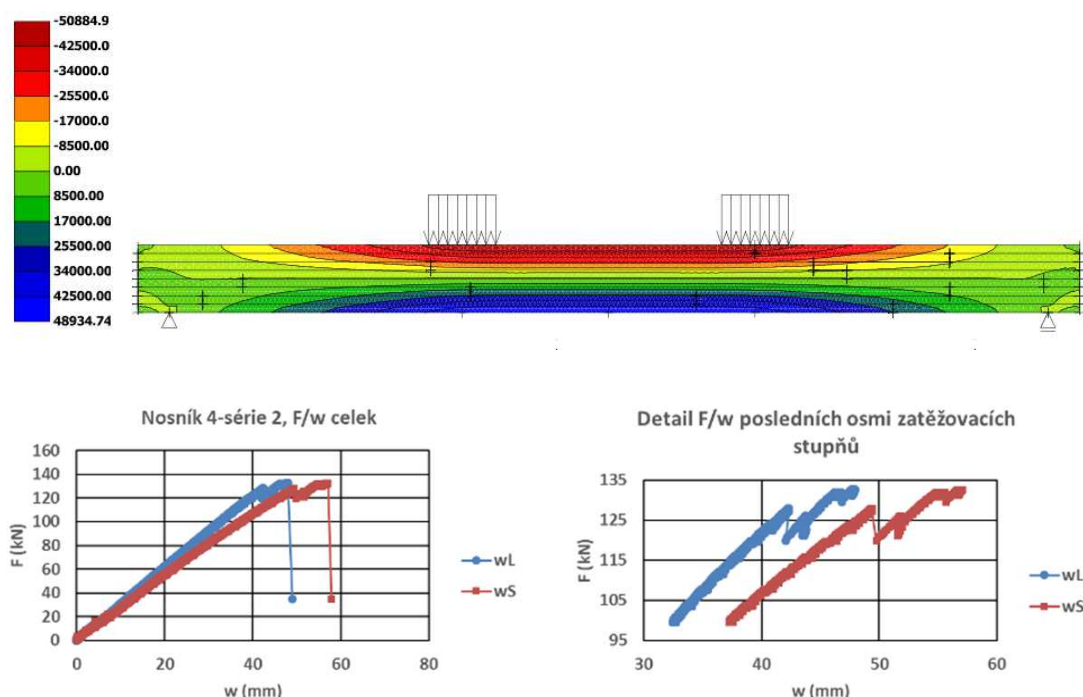
Napětí v okamžiku kolapsu každého nosníku je získáno z 2D izotropního modelu s aktualizovanými hodnotami modulů pružnosti v segmentech, ve kterém nejsou spoje zvlášť modelovány. Protože však bude toto napětí konfrontováno s pevnostmi smrkového dřeva z ČSN EN 338, je nepřesnost modelu přijatelná. Následující obrázky (4.3.1.1 - 4.3.1.4) dokumentují jednak rozložení normálového napětí v okamžiku kolapsu konstrukce a jednak obsahují detailní graf závislosti zatížení na průhybu v průběhu posledního zatěžovacího stupně. Celkový graf dokumentuje rychlost kolapsu nosníku.



Obr. 4.3.1.1: Nosník 3 ze druhé série. Průběh napětí  $\sigma_x$  v kPa při maximálním zatížení a grafy závislosti zatížení a průhybů.

Pro poškození nosníku 3 ze druhé série je podle obrázku 3.4.2.4 kritickým místem zubovitý spoj uprostřed spodní lamely. Normálové napětí vznikající v tomto místě je 34,516 MPa. Celková síla (součet obou břemen) působící na nosník v okamžiku kolapsu je 88,13 kN. Z detailu vztahu celkové síly a jednotlivých průhybů na obrázku 4.3.1.1 je patrné, že poslední dva zatěžovací stupně porušily celkově lineární průběh tohoto vztahu, proto byly také při stanovování opravených souborů modulů pružnosti v předcházející podkapitole vyřazeny. Průběh  $F/w$  po kolapsu dokumentuje jeho rychlost. Vzorkování v intervalu 0,05 sekundy zachycuje jeden

mezilehlý odečet od dosažení maximálního zatížení po odtížení. Lze tedy usuzovat, že destrukce nosníku trvala méně než 0,1 s.

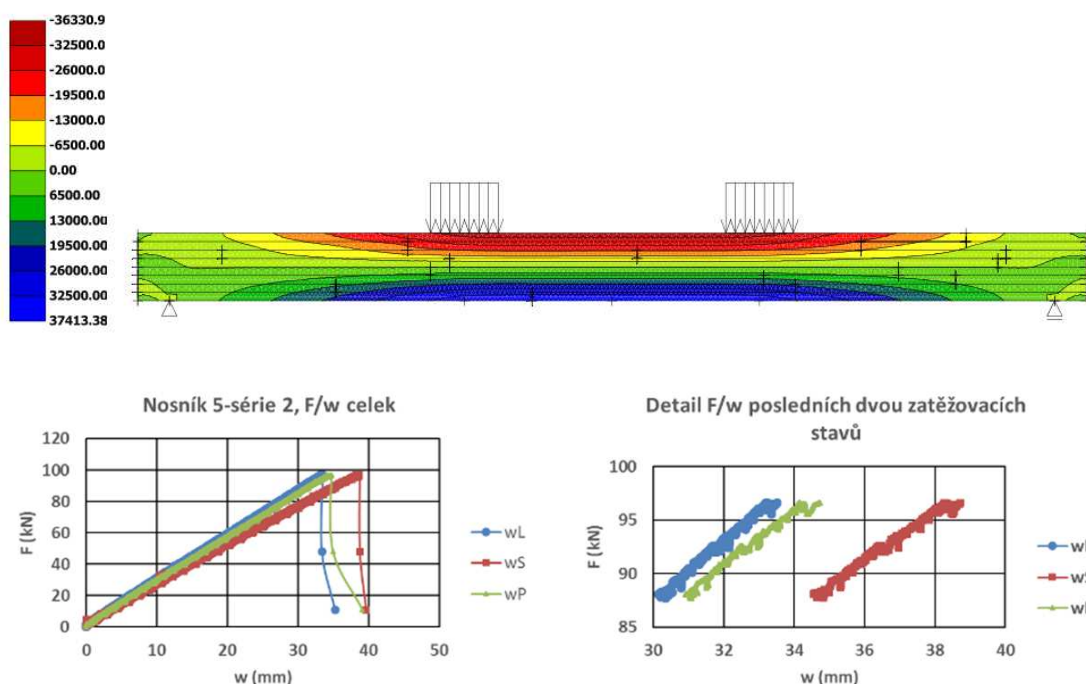


Obr. 4.3.1.2: Nosník 4 ze druhé série. Průběh napětí  $\sigma_x$  v kPa při maximálním zatížení a grafy závislostí zatížení a průhybů.

Nosník 4 ze druhé série vykazoval jiný mechanismus poškození, typický pro oba nejpevnější nosníky, to je bez spoje v dolní lamele. Kritickým místem byl opět spoj, a to ve druhé spodní lamele (viz. obr.3.4.2.6). Normálové napětí v místě spoje bylo 37,884 MPa. Síla, při které došlo k prvním výrazným trhlinám, je stanovena na 128 kN, přestože destrukce celého nosníku nastala až v následujícím zatěžovacím stupni, po dosažení celkové síly na úrovni 132,6 kN. Tento jev je patrný z detailu na obrázku 4.3.1.2.

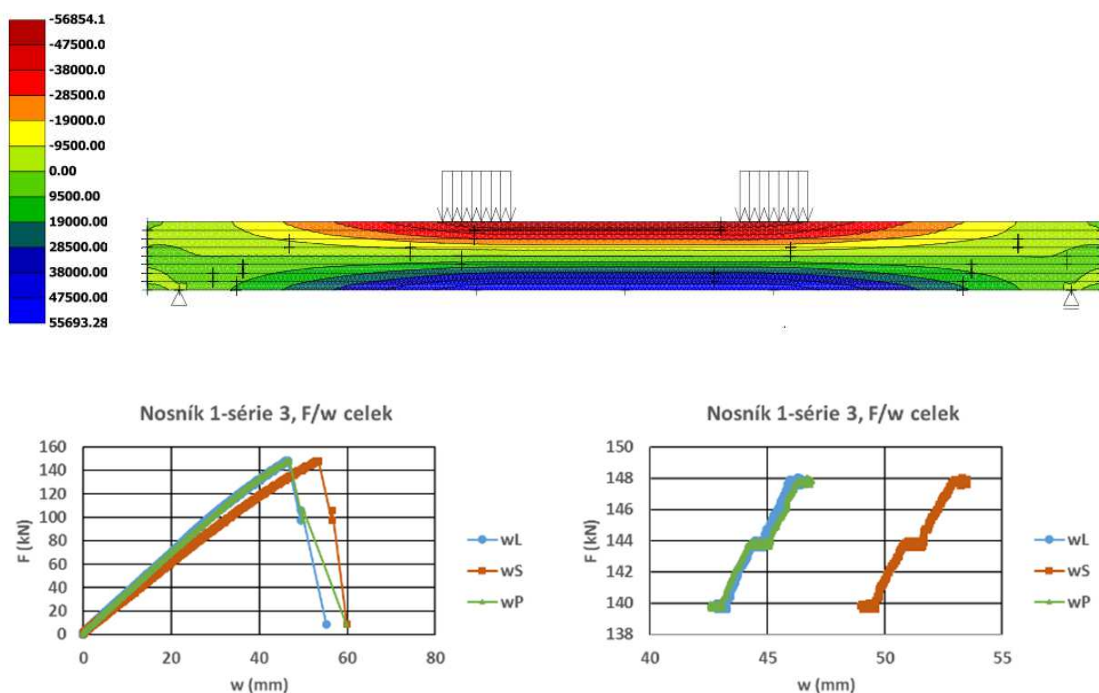
Z grafu  $F/w$ , dokumentujícího celý průběh zatěžovací zkoušky je zřejmá lineární závislost, a to až po zatížení silou 128 kN. Při zatížení 132,6 kN již následoval okamžitý pád celého nosníku v časovém intervalu 0,05 s, to je mezi dvěma okamžiky odečtů hodnot.

Stejný mechanismus porušení, jako nosník 3 ze druhé série, byl pozorován u nosníku 5 (obr. 3.4.2.7), kdy došlo při zatížení 96,63 kN k destrukci spoje ve spodní lamele, ve kterém bylo normálové napětí 36,476. Do té doby byl vztah mezi zatížením a průhybem lineární a stejně jako u nosníku 3 byl zaznamenán před úplnou destrukcí ještě jeden mezilehlý odečet.



Obr. 4.3.1.3: Nosník 5 ze druhé série. Průběh napětí  $\sigma_x$  v kPa při maximálním zatížení a grafy závislosti zatížení a průhybů.

Poslední prezentovaný nosník je ze třetí série (obr. 3.5.1.4). Ten byl vůbec nejúnosnější ze všech, protože ve střední části prvních třech spodních lamel žádné spoje neobsahoval.



Obr. 4.3.1.4: Nosník 1 ze třetí série. Průběh napětí  $\sigma_x$  v kPa při maximálním zatížení a grafy závislosti zatížení a průhybů.

Kolaps byl zároveň nejpomalejší, vzhledem ke dvěma mezilehlým odečtům, a to cca 0,15 s. Po dosažení síly 147,87 kN došlo ke vzniku podélné trhliny z místa vrostlého suku ve druhé spodní lamele (obr.3.5.1.4), kde bylo dosaženo normálové napětí 55,176 MPa.

Předmětem tohoto rozboru je snaha o hospodárnější využití prvků z lepeného lamelového dřeva. Je třeba poznamenat, že u žádného nosníku nebyla překročena jeho deklarovaná minimální únosnost. Ta je podle označení dodaných nosníků od 24 MPa pro GL24h, až do 32 MPa. K prvnímu kolapsu došlo po dosažení 38MPa.

### 4.3.2 Odhad reálné únosnosti nosníků

V předcházejícím odstavci bylo prokázáno, že se všechny nosníky poškodily až po dosažení své výpočtové únosnosti. Pro její stanovení platí ČSN EN 1194, což není předmětem této práce měnit. V tomto odstavci by měl být nalezen nástroj k věrohodnějšímu odhadu reálné únosnosti nosníků z lepeného lamelového dřeva.

| Způsob namáhání          |                       | C22 | C24 | C27  | C30 | C35 | C40 |
|--------------------------|-----------------------|-----|-----|------|-----|-----|-----|
| Ohyb                     | $f_{m,k}$<br>(MPa)    | 22  | 24  | 27   | 30  | 35  | 40  |
| Tah rovnoběžně s vlákny  | $f_{t,0,k}$<br>(MPa)  | 13  | 14  | 16   | 18  | 21  | 24  |
| Tlak rovnoběžně s vlákny | $f_{c,0,k}$<br>(MPa)  | 20  | 21  | 22   | 23  | 25  | 25  |
| Modul pružnosti          | $E_{0,mean}$<br>(GPa) | 10  | 11  | 11,5 | 12  | 13  | 14  |

Tab. 4.3.2.1: Vybrané pevnosti rostlého jehličnatého dřeva a moduly pružnosti ve směru vláken podle ČSN EN 338.

V tabulce 4.3.2.1 jsou vybrané pevnosti rostlého jehličnatého dřeva podle ČSN EN 338 uvedeny. Pokud z nich budeme vycházet při stanovování pevností spojů v tahu a v ohybu, podle ČSN EN 1480, to je  $f_{t,j,k} = f_{t,0,k} + 5$  a  $f_{m,j,k} = 1,4f_{t,0,k} + 8$ , získáme výsledky uvedené v tabulce 4.3.2.2.

| Způsob namáhání |                      | C22  | C24  | C27  | C30  | C35  | C40  |
|-----------------|----------------------|------|------|------|------|------|------|
| Tah             | $f_{t,j,k}$<br>(MPa) | 18   | 19   | 21   | 23   | 26   | 29   |
| Ohyb            | $f_{m,j,k}$<br>(MPa) | 26,2 | 27,6 | 30,4 | 33,2 | 37,4 | 41,6 |

Tab. 4.3.2.2: Výsledné pevnosti spojů.

Při lineární interpolaci těchto pevností spojů podle nižšího z obou modulů pružnosti spojovaných segmentů je můžeme vedle sebe uspořádat do tabulky 4.3.2.3, a to spolu s reálnými napětími v místech kritického spoje, pro tři nosníky z předcházející podkapitoly.

| Nosník/série | min ( $E_1$ , $E_2$ ) | $f_{t,j,k}$ (MPa) | $f_{m,j,k}$ (MPa) | $\sigma_{x,max}$ (MPa) |
|--------------|-----------------------|-------------------|-------------------|------------------------|
| 3/2          | 11,693                | 21,772            | 31,481            | 34,516                 |
| 4/2          | 11,845                | 22,380            | 32,332            | 37,884                 |
| 5/2          | 11,920                | 22,680            | 32,752            | 36,476                 |

*Tab.4.3.2.3: Updatované moduly pružnosti segmentů, sousedících s rozhodujícím spojem, odvozené pevnosti a napětí dosažená ve spoji v okamžiku jeho poškození pro tři nosníky druhé série.*

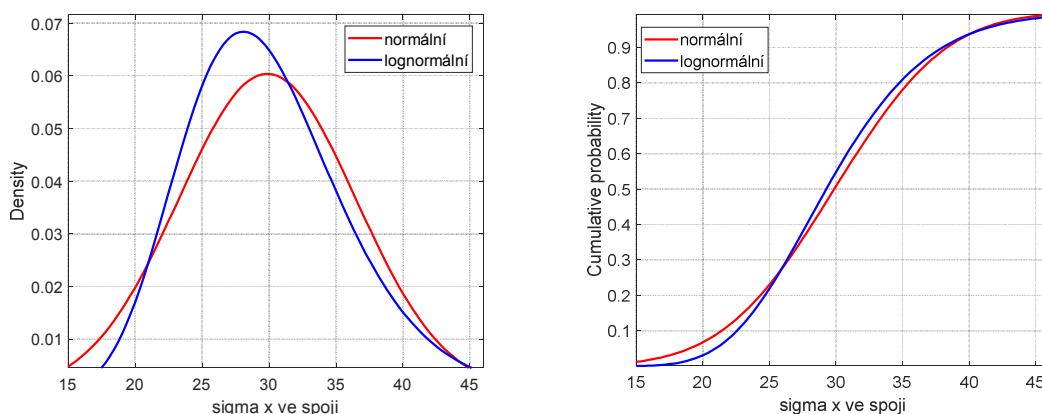
U dalších dvaceti nosníků první série, kde nebyl k dispozici kamerový záznam a není tedy prokazatelně možné mechanismus poškození nosníků určit, existují náčrty výsledných trhlin po destrukci nosníků [4.3.2.2].

| Nosník | min ( $E_1$ , $E_2$ ) (GPa) | $f_{t,j,k}$ (MPa) | $f_{m,j,k}$ (MPa) | $\sigma_{x,max}$ (MPa) |
|--------|-----------------------------|-------------------|-------------------|------------------------|
| 1      | 12,104                      | 23,312            | 33,637            | 37,775                 |
| 2      | 11,681                      | 21,724            | 31,414            | 25,312                 |
| 3      | 12,598                      | 24,794            | 35,712            | 24,094                 |
| 4      | 9,636                       | 17,636            | 25,690            | 29,210                 |
| 5      | 13,162                      | 26,486            | 38,080            | 28,477                 |
| 6      | 10,905                      | 18,905            | 27,467            | 44,704                 |
| 9      | 11,822                      | 22,288            | 32,203            | 25,312                 |
| 11     | 11,752                      | 22,008            | 31,811            | 31,640                 |
| 16     | 12,527                      | 24,581            | 35,413            | 28,477                 |
| 17     | 10,976                      | 18,976            | 27,566            | 23,848                 |
| 18     | 10,764                      | 18,764            | 27,270            | 25,312                 |
| 19     | 12,739                      | 25,169            | 36,237            | 25,312                 |
| 20     | 11,329                      | 20,316            | 29,442            | 38,878                 |

*Tab.4.3.2.4: Moduly pružnosti segmentů, sousedících s rozhodujícím spojem, odvozené pevnosti a napětí dosažená ve spoji v okamžiku jeho poškození u třinácti, ze dvaceti nosníků první série.*

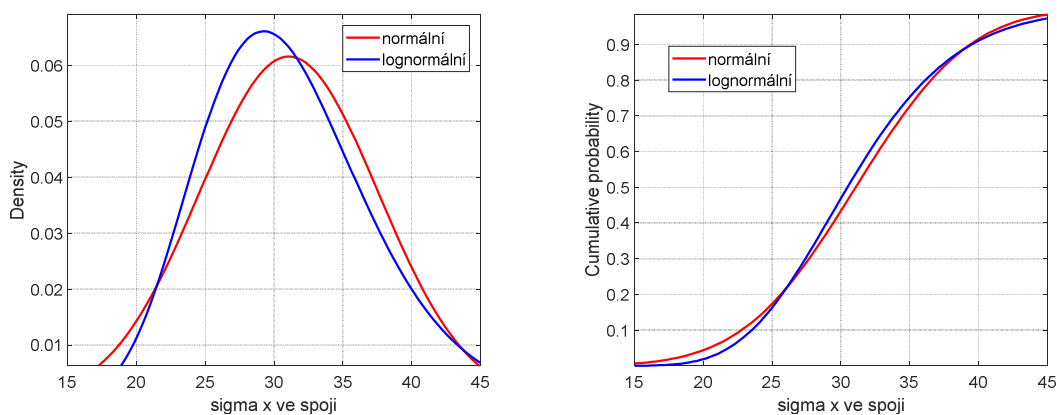
U třinácti z těchto nosníků procházela některá z výsledných trhlin prokazatelně spojem ve spodní lamele. U ostatních sedmi nosníků nelze příčinu poškození z existujících podkladů odhadnout. Proto obsahuje tabulka 4.3.2.4 pouze třináct ze dvaceti nosníků první série. Stejným postupem, jako v tabulce předcházející je odhadnuta únosnost kritických spojů na základě modulů pružnosti, neboť zařazení nosníků od výrobce není dnes již možné dohledat. Minimální ohybová pevnost komerčně

dodávaných nosníků z lepeného lamelového dřeva je 24 MPa, proto i v případě, že by byly dodané nosníky třídy GL24, byla jejich reálná únosnost vyšší. Pouze v jednom případě, a to nosníku 3 byl spoj porušen při nižším napětí, než by odpovídalo vypočtené hodnotě jeho tahové únosnosti. Způsob namáhání je však složitější, nejedná se o čistý tah.



*Obr. 4.3.2.1: Funkce hustoty pravděpodobnosti a distribuční funkce napětí ve spojích (MPa) nosníků z lepeného lamelového dřeva první série, při jejich destrukci.*

Výsledkem z prezentované tabulky je funkce hustoty pravděpodobnosti a distribuční funkce skutečných napětí, která jsou při poškození nosníků ve spojích dosažena (obr. 4.3.2.1). Pokud uvažujeme normální rozdělení, vychází průměr roven 29,87 (MPa) a směrodatná odchylka souboru je potom 6,61(MPa). Zajímavý je v případě skutečných napětí při poškození spojů také pětiprocentní kvantil. Napětí, které není překročeno ve více než 5% spojů je v tomto případě 18,93 (MPa).



*Obr. 4.3.2.2: Funkce hustoty pravděpodobnosti a distribuční funkce napětí ve spojích (MPa) nosníků z lepeného lamelového dřeva první a druhé série, při jejich destrukci.*



Při započtení třech nosníků druhé série do souboru nosníků první série se nám výsledky mírně změní. Funkci hustoty pravděpodobnosti v tomto případě ukazuje obrázek 4.3.2.2. Výsledky se potom změní tak, že průměr bude 31,08 (MPa), směrodatná odchylka 6,48 (MPa) a pětiprocentní kvantil 20,45 (MPa).

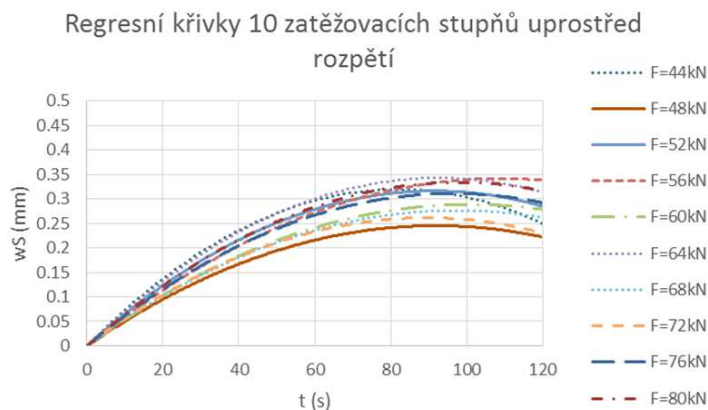
V případě, že lamela na taženém povrchu obsahuje zubovitý spoj, lze očekávat jeho poškození při výše uvedeném napětí. Značná opatrnost je na místě, pokud očekávané napětí přesahuje zmíněný pětiprocentní kvantil, který je pod hranicí deklarovaných pevností nosníků z lepeného lamelového dřeva.

V souvislosti s určováním napětí v místech zubovitých spojů v tažené oblasti nosníku je vhodné poznamenat, že použité statické schéma s jedním pevným a jedním posuvným kloubem je zcela adekvátní. Tyto podpory nejlépe vystihují provedené laboratorní testy i reálné konstrukce. Napětí i průhyby vycházejí podle očekávání, stejně jako moduly pružnosti ve směru vláken a pevnosti se pohybují v mezích, které jsou dány měřením. V případě nastavení MKP modelu pro dva pevné klouby jsou průhyby i dosažená napětí přibližně poloviční. To je zcela mimo realitu.

V další práci, podložené příslušnými experimenty by bylo možné stanovit únosnost spojů a dřeva poškozených nosníků (například po požáru) a dále pak stanovit jejich reálnou zbytkovou únosnost postupem uvedeným v této podkapitole.

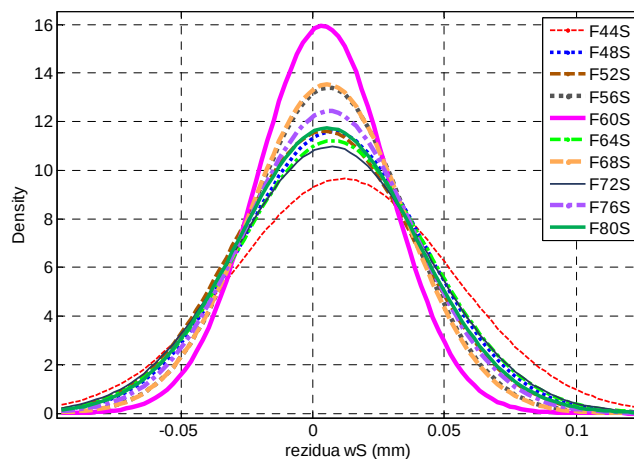
#### 4.4 Nárůst průhybů při konstantním zatížení pro nosník 5

Na nosníku 5 jsou nejprve srovnány regresní křivky proložené průhyby pro jedenáctý až dvacátý zatěžovací stupeň, pro snímače uprostřed rozpětí.



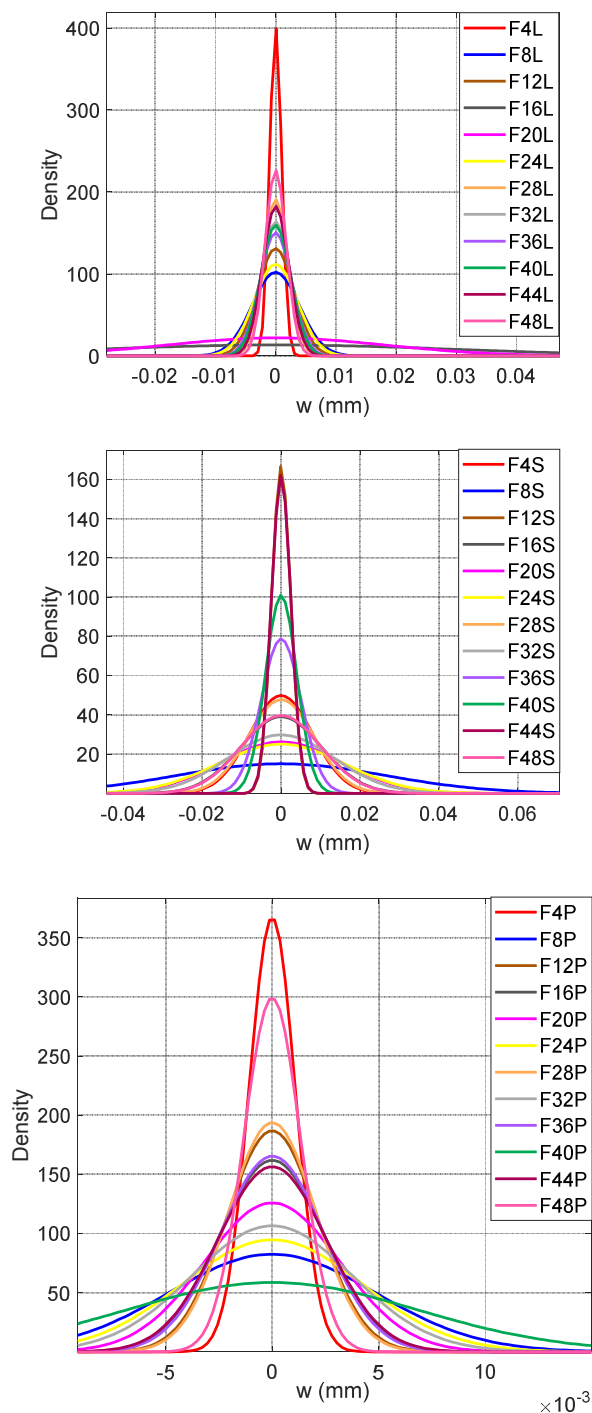
Obr. 4.4.1: Srovnání regresních křivek průhybů jednotlivých zatěžovacích stupňů pro jedenáctý až dvacátý zatěžovací stupeň a střed rozpětí.

Křivky jsou vztažené ke stejnému počátku. Z obrázku 4.4.1 je patrné, že vykazovaly, s výjimkou jedné pro zatížení 44 kN, stejný trend a vymezují poměrně úzké pole v rozsahu 0,2 až 0,35 mm. Jejich pořadí z hlediska nárůstu velikosti průhybu po 120 sekundách neodpovídá pořadí jednotlivých zatěžovacích stupňů.



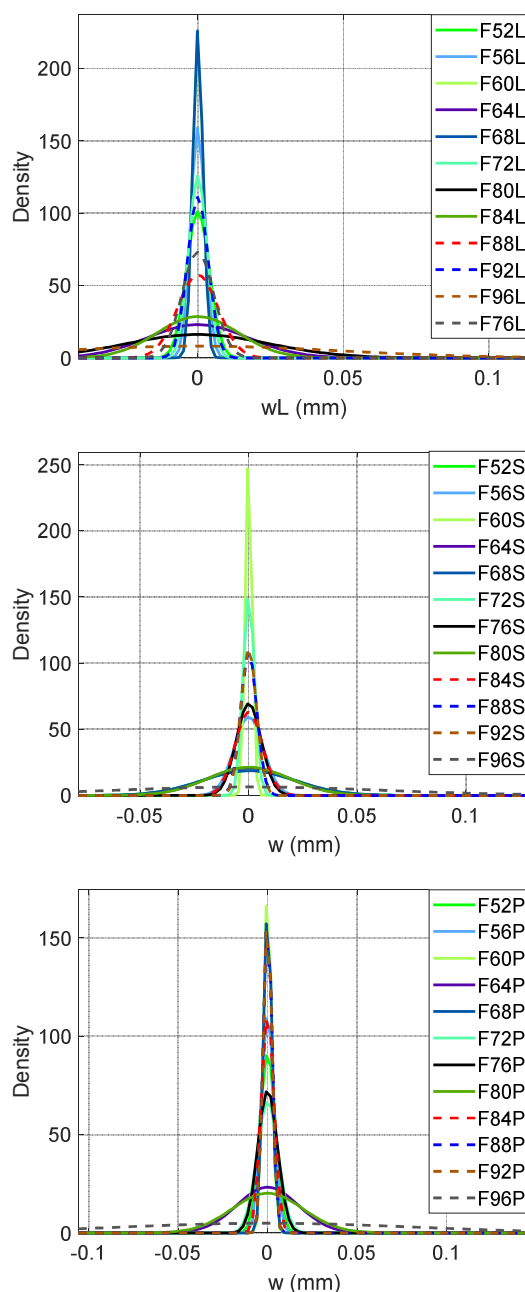
Obr. 4.4.2: Srovnání funkcí hustot pravděpodobností reziduí průhybů jednotlivých zatěžovacích stupňů pro jedenáctý až dvacátý zatěžovací stupeň a střed rozpětí.

Dokonce při srovnání stejných křivek pro stejné zatěžovací stupně na tomtéž nosníku, ale pro tři různé pozice snímačů se pořadí od sebe navzájem liší. To lze však přičítat materiálové nesymetrii nosníků.



Obr. 4.4.3: Srovnání funkcí hustot pravděpodobnosti průhybů z poslední sekundy každého zatěžovacího stavu pro první polovinu zatěžování a tři pozice snímačů.

Dále jsou statisticky vyhodnocena rezidua (obr. 4.4.2). U nich se předpokládá normální rozdělení. Ukázka funkcí hustoty pravděpodobnosti je provedena pro stejné zatěžovací stupně uprostřed nosníku 5.



*Obr. 4.4.4: Srovnání funkcí hustot pravděpodobnosti průhybů z poslední sekundy každého zatěžovacího stavu pro druhou polovinu zatěžování a tři pozice snímačů.*

Nejzásadnějším výsledkem jsou však funkce hustoty pravděpodobnosti průhybů z poslední sekundy každého zatěžovacího stupně. Ty byly skutečně použity do funkce věrohodnosti v Bayesovském updatingu

souborů modulů pružnosti. Proto jsou zde prezentovány na obrázku 4.4.3 a 4.4.4 pro přehlednost zvlášť pro první až dvanáctý zatěžovací stupeň a pro třináctý až dvacátý čtvrtý zatěžovací stupeň, a to pro každou ze třech pozic snímačů posunutí. Jejich vzájemné porovnání je umožněno použitím souborů po odečtu průměru, každého souboru.

| F<br>(kN) | $\sigma(\Delta w_L^m)$<br>(mm) | $\sigma(\Delta w_S^m)$<br>(mm) | $\sigma(\Delta w_P^m)$<br>(mm) |
|-----------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 4         | 0,016031                       | 0,0432524                      | 0,0115239                      |
| 8         | 0,0205984                      | 0,029355                       | 0,0199811                      |
| 12        | 0,0240014                      | 0,0326012                      | 0,0240105                      |
| 16        | 0,019103                       | 0,0364304                      | 0,0200881                      |
| 20        | 0,0279257                      | 0,0282683                      | 0,0302253                      |
| 24        | 0,021038                       | 0,0220862                      | 0,0147758                      |
| 28        | 0,0320335                      | 0,0314924                      | 0,0239069                      |
| 32        | 0,030599                       | 0,0941506                      | 0,0236919                      |
| 36        | 0,0202441                      | 0,0288558                      | 0,0346046                      |
| 40        | 0,0359026                      | 0,0383739                      | 0,031574                       |
| 44        | 0,0226574                      | 0,0413455                      | 0,0223841                      |
| 48        | 0,0193657                      | 0,0344115                      | 0,0261562                      |
| 52        | 0,0310549                      | 0,034324                       | 0,0283242                      |
| 56        | 0,0334966                      | 0,0297444                      | 0,0238898                      |
| 60        | 0,0188828                      | 0,0250152                      | 0,0199713                      |
| 64        | 0,0233657                      | 0,0355655                      | 0,0228925                      |
| 68        | 0,027209                       | 0,0294589                      | 0,0204177                      |
| 72        | 0,0243626                      | 0,03637                        | 0,025948                       |
| 76        | 0,0285777                      | 0,0320664                      | 0,0306108                      |
| 80        | 0,0286392                      | 0,0339664                      | 0,0243404                      |

*Tab. 4.4.1: Směrodatné odchylky souborů reziduí měřených průhybů na nosníku 5 ze druhé série.*

Pro představu rozdílů ve směrodatných odchylkách souborů reziduí a souborů průhybů z poslední sekundy každého zatěžovacího stupně jsou uvedeny pro nosník 5 dvě výsledné tabulky. Stejně jako výsledky dosažené na nosníku 5 jsou vytvořeny i funkce měřených průhybů v jednotlivých pozicích snímačů a v jednotlivých zatěžovacích stavech u ostatních nosníků. Použito je vždy normální rozdělení, jehož střední hodnota je v příslušných tabulkách podkapitoly 4.2.2 prezentována jako měřený průhyb. Je vhodné ještě poznamenat, že v tabulce 4.4.1 je uvedeno pouze prvních dvacet zatěžovacích stavů, neboť podle obrázku 3.4.1.5 nebylo již

možné v nejvyšších čtyřech zatěžovacích stupních udržet zatížení konstantní. Vyhodnocení průhybů z poslední sekundy daného zatěžovacího stupně však možné je, proto je v tabulce 4.4.2 uvedeno.

| F<br>(kN) | $\sigma(w_L^m)$<br>(mm) | $\sigma(w_S^m)$<br>(mm) | $\sigma(w_P^m)$<br>(mm) |
|-----------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 4         | 0.000973                | 0.007791                | 0.001058                |
| 8         | 0.003803                | 0.025715                | 0.004711                |
| 12        | 0.002968                | 0.002333                | 0.002081                |
| 16        | 0.029018                | 0.009943                | 0.0024                  |
| 20        | 0.017618                | 0.014825                | 0.003087                |
| 24        | 0.003474                | 0.015473                | 0.004106                |
| 28        | 0.002037                | 0.008138                | 0.002007                |
| 32        | 0.002375                | 0.013052                | 0.003648                |
| 36        | 0.002583                | 0.004934                | 0.002351                |
| 40        | 0.002435                | 0.003851                | 0.006628                |
| 44        | 0.00213                 | 0.002395                | 0.002485                |
| 48        | 0.001718                | 0.00979                 | 0.001299                |
| 52        | 0.003838                | 0.020604                | 0.004238                |
| 56        | 0.002443                | 0.006554                | 0.00347                 |
| 60        | 0.001751                | 0.001514                | 0.00218                 |
| 64        | 0.016897                | 0.018634                | 0.016747                |
| 68        | 0.001717                | 0.020888                | 0.002323                |
| 72        | 0.003085                | 0.002591                | 0.005815                |
| 76        | 0.005311                | 0.005609                | 0.005353                |
| 80        | 0.024029                | 0.018186                | 0.019291                |
| 84        | 0.013575                | 0.006153                | 0.003484                |
| 88        | 0.006762                | 0.003579                | 0.002399                |
| 92        | 0.00349                 | 0.00347                 | 0.00239                 |
| 96        | 0.047612                | 0.06078                 | 0.078758                |

*Tab. 4.4.2: Směrodatné odchytky souborů měřených průhybů z poslední sekundy každého zatěžovacího stupně na nosníku 5 ze druhé série.*

## 4.5 Modelování ortotropního chování dřeva s použitím naměřených lokálních modulů pružnosti - výsledky

### 4.5.1 Využití analytická homogenizace

Na tomto místě jsou shrnuty pouze konečné výsledky dosažené postupem popsaným v podkapitole 2.5.1. Jak bylo již konstatováno dříve, jsou závislé na stanovených vlastnostech dřeva na mikroúrovni, které jsou zatížené ještě mnohem většími nejistotami, než ortotropní vlastnosti dřeva na makroúrovni. Zároveň nejsou vzaty v úvahu různé vady dřeva, suky a podobně. Tyto jevy jsou nezbytnou součástí konstrukcí z lepeného lamelového dřeva. Proto jsou zde vypočtené hodnoty příčného modulu pružnosti a modulu pružnosti ve smyku řádově pětinašobné, než z literatury určené v tabulkách 2.5.1 a 2.5.2.

Postup prezentovaný v podkapitole 2.5.1 má následující výsledky. Nejprve jsou vypočteny vlastnosti dřeva za předpokladu nulového úhlu mikrofibril. Zde je poměr mezi podélným a příčným modulem pružnosti roven 10,29. Připomeňme, že z literatury vychází tento poměr řádově 30. Kromě toho je tu velmi vysoký modul pružnosti dřeva ve směru vláken. Proto vyjádříme měřenou a predikovanou hodnotu modulu pružnosti ve směru vláken jako funkci tohoto úhlu a získáme jeho horní a dolní hranici na úrovni  $13^0$  a  $25^0$ . Závěrem potom efektivní elastické vlastnosti prezentované v tabulce 4.5.1.1.

| $E_A$ (GPa) | $G_A$ (GPa) | $\nu_A$ | $E_T$ (GPa) | $G_T$ (GPa) | $\nu_T$ |
|-------------|-------------|---------|-------------|-------------|---------|
| 14,05       | 2,05        | 0,31    | 2,14        | 0,79        | 0,35    |

*Tab. 4.5.1.1: Efektivní elastické vlastnosti pro nenulový úhel mikrofibril.*



#### 4.5.2 Využití experimentů na makroúrovni

Ve shodě s podkapitolou 2.5.2 je zde uvedena tabulka statistických parametrů modulů pružnosti ve smyku, které jsou proporcionální s aktualizovanými hodnotami modulu pružnosti v nosníku 5 ze druhé série.

| segment | $\mu_G$ (MPa) | $\sigma_G$ (MPa) |
|---------|---------------|------------------|
| 1       | 0,69          | 0,06             |
| 2       | 0,79          | 0,05             |
| 3       | 0,64          | 0,17             |
| 4       | 0,77          | 0,07             |
| 5       | 0,71          | 0,09             |
| 6       | 0,71          | 0,06             |
| 7       | 0,77          | 0,06             |
| 8       | 0,77          | 0,07             |
| 9       | 0,70          | 0,12             |
| 10      | 0,78          | 0,06             |
| 11      | 0,72          | 0,08             |
| 12      | 0,68          | 0,06             |
| 13      | 0,74          | 0,06             |
| 14      | 0,76          | 0,06             |
| 15      | 0,80          | 0,05             |
| 16      | 0,74          | 0,06             |
| 17      | 0,78          | 0,08             |
| 18      | 0,75          | 0,08             |
| 19      | 0,78          | 0,06             |
| 20      | 0,70          | 0,11             |
| 21      | 0,77          | 0,07             |

*Tab. 4.5.2.1: Statistické parametry modulu pružnosti ve smyku ve všech segmentech nosníku 5.*

## 5. ZÁVĚR

Cílem předložené práce bylo ověřit možnosti zahrnutí vybraných statistických metod do posuzování konstrukcí z lepeného lamelového dřeva. Základní podmínkou bylo zpracování dat z rozsáhlého experimentálního programu, které přinášelo i korekce strategie řešení zadaných úloh. Experimentální data byla shromažďována po dobu řady let, během kterých došlo také k rozvoji nových experimentálních metod do podoby použitelné v laboratoři (například Digital Image Correlation). Základem však vždy byly čtyřbodové ohybové testy nosníků z lepeného lamelového dřeva, které byly zvoleny tak, aby šlo o prvky konstrukčních rozměrů, ale vhodné pro použití v laboratorních podmínkách. Aplikace dosažených výsledků do praxe je tedy možná. Dlouhodobost experimentálního programu také zajistila nezávislost výsledků na výrobci zkoušených prvků a snížila pravděpodobnost případné náhodné chyby, kterou vylučuje i provádění testů v akreditované laboratoři. Výsledky byly považovány za přesné. Naopak větší chybou byly zatíženy nedestruktivní zkoušky hustoty dřeva a odvozených modulů pružnosti ve směru vláken, které ohybovým testům předcházely. Předmětem práce bylo tento základní parametr aktualizovat tak, aby korespondoval s měřenými průhyby a zároveň respektoval naměřená data, to je fyzikální smysl úlohy.

Kromě aktualizace modulů pružnosti se ukázala také možnost provést základní vyhodnocení poškozování nosníků z lepeného lamelového dřeva, a to rozbořením videozáznamu, pořízeného v průběhu druhé série ohybových zkoušek. Kamera byla synchronizována s měřicí aparaturou a zatěžováním, velikost síly při poškození nosníku je tedy přesně známá. Odtud lze také vyhodnotit mechanismus poškozování nosníků a konfrontovat jej s poznatky uvedenými v odborné literatuře, se kterými jsou ve shodě. Zároveň by bylo možné na jejich základě některé vstupy do existujících modelů upřesnit, neboť experimenty prováděné na prvcích konstrukčních rozměrů nejsou ani v zahraničí příliš četné. V předkládané práci je také prezentována úvaha o možné změně určování pevnosti lepených spojů na taženém okraji, které byly pro únosnost prvku vždy rozhodující. Třetí kapitola tedy představuje základní parametry provedených experimentů a ukázkou jejich výsledků.

Experimentální částí je předřazena druhá kapitola, která má formát použitých metod. V nezbytně nutné míře propojuje teorii nutnou k provedení Bayesovského updatingu souborů lokálních modulů pružnosti pomocí průhybů s konkrétními postupy. Oprávněnost jejich použití je

zdůvodněno s odkazy na odbornou literaturu, kde lze najít podrobnosti. V práci je popsána korektnost použití všech funkcí hustoty pravděpodobnosti, prokázána konvergence a funkčnost použitých technik a jejich aplikovatelnost na řešený problém (MCMC, náhodná procházka, algoritmus Metropolis).

Kromě této stěžejní části předkládané práce jsou zmíněny i jednodušší MKP modely, které používají statistické parametry souborů skutečně naměřených lokálních modulů pružnosti, namísto konstant. V průběhu zpracování Bayesovského updatingu byly řešeny funkce věrohodnosti, do kterých vstupují hustoty pravděpodobnosti měřených průhybů v jednotlivých zatěžovacích stavech. Ty bylo třeba oddělit od okamžitého dotvarování dřeva. Uvažován byl nelineární regresní model celého zatěžovacího stupně a vznikající rezidua, i když nakonec byla, vzhledem k dostatečnému množství dat, použita pouze ustálená část zatěžovacího stupně v poslední sekundě před dalším přitížením.

Posledním, velmi stručně řešeným problémem byla potřeba zohlednit další materiálové charakteristiky dřeva, kromě modulu pružnosti ve směru vláken. Bylo přistoupeno k vyhodnocení těchto charakteristik z literatury a naznačena možnost použít velké soubory aktualizovaných modulů pružnosti ve směru vláken k lepšímu odhadu alespoň těch nejzákladnějších, v normách uváděných materiálových parametrů.

Ve čtvrté části jsou uvedeny výsledky dosažené metodami z části 2 nad daty získanými v části 3. Podle první podkapitoly čtvrté části, je přínosné použít místo MKP modelu s po segmentech konstantními moduly pružnosti modelu, kdy se pomocí metod Monte Carlo a LHS zohlední statistické parametry souborů jejich naměřených hodnot. Mnohem větší pozornost je věnována opravě těchto souborů pomocí Bayesovského updatingu, kdy se očekává uplatnění i na jiné konstrukce z lepeného lamelového dřeva, než v prezentované práci. Pro konvergenci k hledanému řešení je vhodné přistoupit k uplatnění Bayesovského updatingu až po důkladném průzkumu naměřených dat a odstranění systematické chyby měření. Konvergence k hledanému řešení je potom zaručena. Prezentace grafů a tabulek pro pět nosníků dokumentuje správnost a korektnost řešení. Závěrečná tabulka prokazuje, že cíle bylo dosaženo.

Třetí podkapitola čtvrté části dokumentuje a statisticky vyhodnocuje napětí, při kterém došlo k destrukci lepených zubovitých spojů na taženém okraji a dává je do souvislosti s jejich únosnostmi, vypočtenými dle normy.

Podkapitola 4.4 dokumentuje krátkodobé dotvarování dřeva v průběhu dvouminutového intervalu, kdy není zvyšováno zatížení před dalším

zatěžovacím stupněm. Tento efekt nemá význam pro stavební praxi, ale je třeba k němu přihlídnout při návrhu a vyhodnocování laboratorních zkoušek. Jeho význam pro řešenou úlohu Bayesovského updatingu je zásadní.

Poslední podkapitola čtvrté části konstatuje, že pro řešené úlohy hraje naprosto dominantní úlohu modul pružnosti dřeva ve směru vláken. Ostatní materiálové parametry by mohlo být možné stanovit za pomoci analytické homogenizace. Také plánované širší využití metody DIC bude jistě přínosem, a to jak na úrovni vzorků konstrukčních rozměrů, tak i s určitou opatrností vzhledem k rozměrovému efektu, pro experimenty na menších vzorcích.

Závěrem lze konstatovat, že využití statistických metod ve výpočtech konstrukcí z lepeného lamelového dřeva je velmi vhodné. Jejich správné uplatnění může vést k využití části rezerv v únosnosti, způsobených velkou náhodností materiálových vlastností dřeva a povede tak k hospodárnějšímu návrhu těchto konstrukcí.

## Literatura

- [1.1.1] Leonard A. G. K.: Josiah George Poole (1818-1897): Architect and Surveyor serving Southampton. *Journal of the Southampton Local History Forum*. Southampton City Council. pp. 19–21. June 2012.
- [1.1.2] [http://www.archmuseum.org/Gallery/Photo\\_16\\_1\\_sibelius-hall-congress-and-concert-centre.html](http://www.archmuseum.org/Gallery/Photo_16_1_sibelius-hall-congress-and-concert-centre.html)
- [1.1.3] <http://structurae.net/structures/wooden-bridge>
- [1.1.4] <http://www.mairie-crest.fr/The-Wooden-Bridge.html>
- [1.1.5] <http://www.rubner.com/en/news-and-events/rubner-holzbau-the-world-s-tallest-wooden-observation-tower/27-540.htm>
- [1.1.6] <http://stavbaweb.dumabyt.cz/Mosty-a-tunely/Pres-Studenou-Vltavu-vede-nejdelsi-dreveny-obloukovy-most-v-CR.html>
- [1.1.7] <http://www.konstrukce-tesko.cz/reference/lavky-a-mosty/lavka-v-ceskych-budejovicich>
- [1.1.8] <http://www.konstrukce-tesko.cz/reference/lavky-a-mosty/lavka-pres-svitavu-v-brne>
- [1.1.9] <http://www.konstrukce-tesko.cz/konstrukce/reference>
- [1.1.10] <http://www.konstrukce-tesko.cz/reference/obcanske-stavby/stavba-leteckeho-muzea-metodeje-vlacha-v-mlade-boleslavi>
- [1.1.11] <http://www.konstrukce-tesko.cz/reference/plavecke-bazeny/bazen-kohoutovice-v-brne>
- [1.1.12] <http://www.konstrukce-tesko.cz/reference/vyrobní-objekty/dostavba-arealu-hvm-plasma-praha>
- [1.1.13] <http://tvstav.cz/clanek/2557-nejvyssi-drevena-rozhledna-z-lepeného-lamelového-modrinového-dřeva-v-cechach>
- [1.2.1] ČSN EN 1194 Dřevěné konstrukce – lepené lamelové dřevo – třídy pevnosti a stanovení charakteristických hodnot, 1999.
- [1.3.1] ČSN EN 391 Lepené lamelové dřevo – Zkouška delaminace lepených spojů, 2001.
- [1.3.2] ČSN EN 392 Lepené lamelové dřevo. Smyková zkouška lepených spojů, 1995.
- [1.4.1] <http://drevostavebniportal-profesnivzdelavani.msdk.cz/aktivita/staze/mm-holz-paskov-s-r-o/>
- [1.4.2] ČSN EN 385 Konstrukční dřevo nastavované zubovitým spojem – Požadavky na užitné vlastnosti a minimální výrobní požadavky, 1995.
- [1.4.3] ČSN EN 1194 Dřevěné konstrukce – lepené lamelové dřevo – třídy pevnosti a stanovení charakteristických hodnot, 1999.
- [1.4.4] <http://ehg.ru/cs/vyroba/etapy-vyroby>
- [2.1.1] M. Meloun, J. Militký: Statistické zpracování experimentálních dat, 1998, ISBN 80-7219-0033-2.

- [2.1.2] JAGS, <http://mcmc-jags.sourceforge.net/>
- [2.1.3] Melzerová L., Kuklík P., Šejnoha, M.: Variable Local Modulus of Elasticity as Inputs to the FEM Models of Beams from the Glued Laminated Timber, In: 2nd International Conference on Material Modelling. Paris: TRANSVALOR-Presses des MINES, 2011, pp. 313. ISBN 978-2-911256-61-5.
- [2.2.1] Melzerová, L.; Janda, T.; Šejnoha, M.; Šejnoha, J. Fem Models of Glued Laminated Timber Beams Enhanced by Bayesian Updating of Elastic Moduli. In: International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial and Mechatronics Engineering. 2015, 2015(9), 599-605. ISSN 1307-6892.
- [2.2.1.1] Bittnar, Z., Šejnoha, J.: Numerické metody mechaniky 1, ČVUT v Praze, 1992. ISBN 80-01-00855-X.
- [2.2.2.1] Kuklíková, A., Studnička, J.: Kompozitní dřevobetonové konstrukce, Doktorská disertační práce, ČVUT v Praze, 2004.
- [2.2.2.2] Kuklík, P., Melzerová, L.: Kompozitní materiály na bázi dřeva, 2011, ISBN 978-80-01-04958-7.
- [2.2.2.3.1] Ch. P. Robert, G. Casella: Monte Carlo Statistical Methods, 2004, ISBN 978-1-4757-4145-2.
- [2.2.2.3.2] <https://stats.stackexchange.com/questions/182764/stationarity-tests-in-r-checking-mean-variance-and-covariance>
- [2.3.2.1] Serrano, E.: Rational Modelling and Design in Timber Engineering Applications Using Fracture Mechanics, WCTE 2016 CD-ROM Proceedings. Wien: Vienna University of Technology, 2016. ISBN 978-3-903039-00-1.
- [2.3.2.2] Serrano, E., Gustafsson, P.J., Larsen, H.J.: Modeling of Finger-Joint Failure in Glued-Laminated Timber Beams, Journal of Structural Engineering, Vol. 127, 2001, ISSN 0733-9445.
- [2.3.2.3] COST E24 Probabilistic Model Code for Timber-Glued Laminated Timber, 2004.
- [2.5.1] K. B. Dahl: Mechanical properties of clear wood from Norway spruce, 2009, ISBN: 978-82-471-1911-2.
- [2.5.2] ČSN EN 338 Konstrukční dřevo-třídy pevnosti.
- [2.5.3] Šejnoha, M., Zeman, J.: Micromechanics in Practice, WIT Press, Southampton, Boston, 2013. ISBN 978-1-84564-682-0.
- [2.5.4] L. Melzerová, L. Kucíková, T. Janda, M. Šejnoha: Estimation of Orthotropic Mechanical Properties of Wood Based on Non-Destructive Testing, Wood Research, vol. 2016, ISSN 1336-4561.
- [2.5.5] Hofstetter, K., Hellmich, C., Eberhardsteiner, J., 2005: Development and experimental validation of a continuum micromechanics model for the elasticity of wood, European Journal of Mechanics - A/Solids 24(6): 1030–1053.

- [3.1] Petr Kuklík, Lenka Melzerová “Kompozitní materiály na bázi dřeva“, ISBN 978-80-01-04958-7.
- [3.1.1] <https://www.drevostavitel.cz/clanek/mechanicke-vlastnosti-dreva-domacich-drevin>
- [3.1.2] L. Melzerová, L. Kucíková, T. Janda, M. Šejnoha: Estimation of Orthotropic Mechanical Properties of Wood Based on Non-Destructive Testing, Wood Research, vol. 2016, ISSN 1336-4561.
- [4.2.1.1] Melzerová, L., Janda, T., Šejnoha, M., Šejnoha, J., 2015: FEM Models of glued laminated timber beams enhanced by Bayesian Updating of Elastic Moduli, International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial and Mechatronics Engineering 9 (2015): 599–605, ISSN 1307-6892.
- [4.2.2.1.1] Arbuckle, J.: IBM SPSS AMOS 21 User’s Guide.
- [4.2.3.1] Kuklíková, A., Studnička, J.: Kompozitní dřevobetonové konstrukce, Doktorská disertační práce, ČVUT v Praze, 2004.
- [4.2.3.2] Kuklík, P., Videňský, J.: Dílčí výzkumná zpráva CIDEAS 2007.